5208

Palat. L x 1 (107

BIBLIOTHÈQUE
UNIVERSELLE
DES DAMES,

Septième Classe,

MATHÉMATIQUES.

NAPOLI

Il paroît tous les mois deux volumes de cette Bibliothèque. On les délivre ſoit brochés, ſoit reliés en veau fauve ou écaillé, & dorés ſur tranche, ainſi qu'avec ou ſans le nom de chaque Souſcripteur imprimé au frontiſpice de chaque volume.

La ſouſcription pour les 24 vol. reliés eſt de 72 liv., & de 54 liv. pour les volumes brochés.

Les Souſcripteurs de Province, auxquels on ne peut les envoyer par la poſte que brochés, payeront de plus 7 liv. 4 ſ. à cauſe des frais de poſte.

Il faut s'adreſſer à M. CUCHET, Libraire, *rue & hôtel Serpente, à Paris.*

BIBLIOTHÈQUE

UNIVERSELLE

DES DAMES.

ARITHMÉTIQUE.

TOME SECOND.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

A PARIS,

RUE ET HÔTEL SERPENTE.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

1789.

BIBLIOTHÈQUE
UNIVERSELLE
DES DAMES.
ARITHMÉTIQUE.
TROISIÈME PARTIE.
RÈGLES DE TROIS, DE COMPAGNIE, &c.

APRÈS avoir enſeigné les quatre Règles & la théorie des Fractions, un Traité d'Arithmétique ſeroit fini, en parlant à la rigueur ; puiſqu'on auroit fait aux entiers & à leurs parties l'application des quatre opérations qui conſtituent proprement cette ſcience. Il y a cependant encore des règles qui demandent à être expliquées, quoiqu'elles ne ſoient qu'une combinaiſon des quatre premières. Telles ſont la règle de Trois,

la règle de Compagnie, celle d'Alliage, &c. Nous aurions pu remettre à en traiter après les *Rapports*, les *Proportions* & après l'*Algèbre*, à cauſe des facilités que donnent pour les entendre ces trois parties des Mathématiques. Mais nous avons cherché à ſatisfaire l'empreſſement des Lecteurs devenus Arithméticiens, qui deſirent de faire bientôt l'application de leurs connoiſſances aux objets de commerce, ou à d'autres opérations d'une utilité auſſi reconnue. On trouvera cependant ici quelques notions générales des *Rapports* & des *Proportions*, afin de rendre intelligible ce que nous allons dire dans cette troiſième partie de l'Arithmétique.

Des Rapports & des Proportions en général.

On appelle *rapport* ou *raiſon* la comparaiſon d'une grandeur avec une autre.

Dans la comparaiſon que l'on fait de

deux grandeurs, ſi l'on ne conſidère que leur différence, c'eſt-à-dire, la quantité dont l'une ſurpaſſe l'autre, ou eſt ſurpaſſée par l'autre, cette différence ſe nommera *rapport arithmétique* ou *raiſon arithmétique*. Par exemple, en comparant 12 avec 3, ſi l'on conſidère ſeulement que 12 ſurpaſſe 3, ou que 3 eſt ſurpaſſé par 12 de 9 unités; ces 9 unités qui ſont la différence de 12 à 3, ou de 3 à 12, ſeront le rapport arithmétique de 12 à 3.

Mais ſi en comparant deux grandeurs, on conſidère combien de fois l'une contient l'autre, ou eſt contenue dans l'autre, ce *nombre de fois* ſera nommé *rapport géométrique* ou *raiſon géométrique*, ou ſimplement *rapport* ou *raiſon* de 12 à 3.

On voit par ces définitions des rapports, qu'il n'y a de rapport arithmétique ou géométrique, qu'entre les quantités de même eſpèce.

Le *rapport arithmétique* étant la différence de deux grandeurs, on ne peut avoir ce rapport ou cette différence, qu'en retranchant la plus petite quantité de la plus grande. Ainſi la plus petite quantité doit faire partie de la plus grande, & doit par conſéquent être de même eſpèce qu'elle.

Le *rapport géométrique* de deux grandeurs étant le nombre de fois que l'une contient l'autre, ſuppoſe évidemment que la plus petite eſt une partie de la plus grande, & qu'elle eſt par conſéquent de même eſpèce qu'elle. Ainſi, dans le *rapport géométrique* comme dans le *rapport arithmétique*, les deux grandeurs comparées doivent être de la même eſpèce.

Il ſuit encore de ce qu'on vient de dire, que le rapport arithmétique de deux grandeurs eſt une grandeur de même eſpèce que celles qui ſont comparées: car le rapport arithmétique étant

la différence des deux grandeurs comparées, ou l'excès de la plus grande ſur la plus petite, eſt néceſſairement une partie de la plus grande, & par conſéquent de même eſpèce qu'elle.

Il n'en eſt pas de même du rapport géométrique. Ce rapport eſt toujours un nombre abſtrait, puiſqu'il ne repréſente qu'un nombre de fois; c'eſt-à-dire, le nombre de fois que l'une des deux grandeurs comparées contient l'autre.

Puiſque le rapport géométrique de deux grandeurs eſt le nombre de fois que l'une contient l'autre, il eſt évident que le rapport géométrique de deux grandeurs, eſt le quotient de la diviſion de l'une de ces grandeurs par l'autre. Par exemple, le rapport qu'il y a entre 12 & 3, eſt le quotient de la diviſion de 12 par 3.

Lorſque l'on compare deux grandeurs, par exemple, 12 & 3, la grandeur 12 qu'on nomme ou que l'on écrit la pre-

mière, s'appelle *antécédent*, & l'autre 3 ſe nomme *conſéquent* : & ſi l'on comparoit 3 avec 12, la grandeur 3 qui ſeroit écrite la première, ſeroit l'antécédent du rapport, & l'autre grandeur 12 ſeroit le conſéquent.

Puiſque le rapport géométrique de deux grandeurs eſt le quotient de la diviſion de l'une par l'autre, on peut écrire les deux termes d'un rapport en forme de fraction ou de diviſion indiquée ; c'eſt-à-dire, qu'on peut écrire l'antécédent au-deſſus du conſéquent, avec une barre entre deux. Par exemple, pour écrire le rapport de 12 à 6, on les met ſous cette forme $\frac{12}{6}$ qui ſignifie 12 diviſé par 6, ou plutôt le quotient de 12 diviſé par 6 ; & pour écrire le rapport de 3 à 12, on les met ſous cette forme de fraction $\frac{3}{12}$ qui ſignifie le quotient de 3 diviſé par 12.

Deux rapports égaux, par exemple, le rapport de 2 à 3 & celui de 4 à 6,

ſont une *proportion géométrique*. Ainſi une proportion géométrique eſt compoſée de 4 termes, dont le premier contient le ſecond autant de fois que le troiſième contient le quatrième; ou de 4 termes, dont le premier eſt contenu dans le ſecond autant de fois que le troiſième eſt contenu dans le quatrième.

Pour repréſenter une proportion géométrique, par exempie, celle qui ſeroit compoſée des deux rapports égaux $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{6}$, on l'écrit ordinairement ainſi, 2 : 3 :: 4 : 6; ce qui ſignifie que 2 eſt à 3 comme 4 eſt à 6, ou que 2 eſt contenu dans 3 comme 4 eſt contenu dans 6; c'eſt-à-dire, qu'on met deux points entre les deux termes de chaque rapport, & qu'on ſépare les deux rapports égaux par quatre points.

Le premier & le quatrième termes d'une proportion géométrique ſe nomment les *extrêmes*; & le ſecond & le

troiſième s'appellent les *moyens*.

THÉORÊME. *On aura le quatrième terme d'une proportion géométrique, en multipliant le troiſième terme par le quotient du ſecond diviſé par le premier.*

Il peut arriver deux cas; ou le premier terme ſera contenu dans le ſecond, ou le ſecond ſera contenu dans le premier. On va faire voir la vérité du théorême dans ces deux cas.

Premier cas. Il eſt évident qu'on aura le quatrième terme d'une proportion géométrique, en multipliant le troiſième terme par le nombre de fois qu'il eſt contenu dans le quatrième.

Mais par la nature de la proportion, le troiſième terme eſt contenu dans le quatrième autant de fois que le premier eſt contenu dans le ſecond, & ce nombre de fois que le premier terme eſt contenu dans le ſecond, eſt égal au quo-

tient du ſecond terme diviſé par le premier.

Donc on aura le quatrième terme d'une proportion géométrique, en multipliant ſon troiſième terme par le quotient du ſecond terme diviſé par le premier.

Par exemple, ſi une proportion géométrique commence par ces trois termes, 2 : 3 :: 7 :, & qu'on veuille avoir le quatrième terme, on diviſera le ſecond terme 3 par le premier terme 2; & l'on aura pour le quotient la fraction $\frac{3}{2}$, qui ſera le nombre de fois que le premier terme 2 eſt contenu dans le ſecond 3, ou que le troiſième terme 7 eſt contenu dans le quatrième qu'on cherche. Ainſi en multipliant 7 par $\frac{3}{2}$, le produit $\frac{21}{2}$, ou 10 $\frac{1}{2}$ fera le quatrième terme demandé; & la proportion entière ſera 2 : 3 :: 7 : 10 $\frac{1}{2}$.

Second cas. Il eſt clair qu'on aura le quatrième terme d'une proportion,

en diviſant le troiſième terme par le nombre de fois que le quatrième y eſt contenu.

Mais par la nature de la proportion, le quatrième terme eſt contenu dans le troiſième autant de fois que le ſecond eſt contenu dans le premier ; & ce nombre de fois eſt égal au quotient de la diviſion du premier terme par le ſecond.

Donc on aura le quatrième terme d'une proportion géométrique, en diviſant le troiſième terme par le quotient de la diviſion du premier terme par le ſecond, c'eſt-à-dire, par une fraction qui aura le premier terme pour numérateur, & le ſecond pour dénominateur.

Mais diviſer par une fraction qui a pour numérateur le premier terme, & pour dénominateur le ſecond terme, c'eſt multiplier par la fraction inverſe qui a pour numérateur le ſecond terme, & pour dénominateur le premier.

Donc on aura le quatrième terme d'une

proportion géométrique, en multipliant ſon troiſième terme par le quotient du ſecond terme diviſé par le premier, comme dans le premier cas.

Par exemple, ſi une proportion géométrique commence par ces trois termes 12 : 8 :: 20 :, & qu'on veuille avoir le quatrième terme, on diviſera le premier terme 12 par le ſecond 8; & l'on aura pour le quotient la fraction $\frac{12}{8}$, qui ſera le nombre de fois que le ſecond terme 8 eſt contenu dans le premier 12, ou que le quatrième terme qu'on cherche eſt contenu dans le troiſième 20.

Ainſi en diviſant 20 par $\frac{12}{8}$, on doit évidemment avoir le quatrième terme.

Mais diviſer 20 par la fraction $\frac{12}{8}$, c'eſt le multiplier par la fraction inverſe $\frac{8}{12}$.

Ainſi l'on aura le quatrième de la propoſition dont les trois premiers ſont 12 : 8 :: 20 :, en multipliant le troiſième terme 20 par la fraction $\frac{8}{12}$, qui

eſt le quotient du ſecond terme diviſé par le premier ; & ce quatrième terme étant $13\frac{1}{3}$, la proportion entière ſera $12 : 8 :: 20 : 13\frac{1}{3}$.

COROLLAIRE I. Multiplier un nombre par une fraction, c'eſt le multiplier par le numérateur de la fraction, & diviſer enſuite le produit par le dénominateur de la même fraction. Donc puiſqu'on trouve le quatrième terme d'une proportion, en multipliant ſon troiſième terme par une fraction qui a le ſecond terme pour numérateur, & le premier pour dénominateur, on aura ce quatrième terme en multipliant le troiſième par le ſecond, & en diviſant le produit par le premier terme ; c'eſt-à-dire, que *le quatrième terme ſera égal au produit du ſecond & du troiſième termes, qui ſont les moyens de la proportion, diviſé par le premier.*

Par exemple, ſi une proportion géométrique commence par ces trois termes

2 : 8 :: 7 :, & qu'il faille en trouver le quatrième terme, il faudra multiplier le troisième terme 7 par la fraction $\frac{7}{2}$; c'est-à-dire, qu'il faudra multiplier 7 par 3, & diviser le produit par 2, ce qui donnera $\frac{21}{2}$, ou 10 $\frac{1}{2}$ pour le quatrième terme. Ainsi la proportion sera 2 : 3 :: 7 : 10 $\frac{1}{2}$.

COROLLAIRE II. Donc si les trois premiers termes d'une proportion géométrique sont donnés, par exemple, ces trois nombres 2 : 3 :: 7 :, on pourra toujours mettre le troisième 7 à la place du second 3, & le second 3 à la place du troisième 7 (comme ici 2 : 7 :: 3 :) sans qu'il en arrive aucun changement dans le quatrième terme qu'on doit trouver ; parce que le quatrième terme est égal au produit des moyens divisé par le premier, & que dans ces deux arrangemens $\left\{\begin{matrix} 2 : 3 :: 7 : \\ 2 : 7 :: 3 \end{matrix}\right\}$ les moyens étant les mêmes, aussi-bien que le premier terme, il n'y aura point de changement dans

le produit des moyens diviſé par le premier terme.

Il nous arrivera ſouvent de changer d'ordre le ſecond & le troiſième termes d'une proportion, dont nous aurons le quatrième terme à trouver par le moyen des trois premiers.

COROLLAIRE III. Puiſqu'on trouve le quatrième terme de toute proportion géométrique, par exemple, de celle-ci 2 : 3 :: 4 : 6, en multipliant le troiſième terme par le ſecond, & en diviſant le produit par le premier, il en réſulte que le *produit des extrêmes d'une proportion géométrique eſt égal au produit des moyens de la même proportion*; c'eſt-à-dire, que 6 × 2 & 4 × 3 ſont des produits égaux.

Pour le prouver, l'on obſervera que deux choſes égales, telles que le quatrième terme d'une proportion d'une part, & de l'autre part le produit du troiſième & du ſecond diviſé par le pre-

mier, étant multipliées par une même quantité, ſavoir, par le premier terme de la proportion, donnent néceſſairement des produits égaux.

Mais 1°. le quatrième terme étant multiplié par le premier, donne le produit des extrêmes. 2°. Le produit du troiſième terme de la proportion par le ſecond diviſé par le premier, étant multiplié par le premier, il en réſulte le produit du troiſième par le ſecond, c'eſt-à-dire, le produit des moyens, parce que la multiplication que l'on fait par le premier terme, détruit la diviſion qu'on a faite par ce premier terme.

Donc le produit des extrêmes d'une proportion géométrique, eſt égal au produit des moyens de la même proportion.

COROLLAIRE IV. Le produit des extrêmes d'une proportion géométrique étant égal au produit des moyens, ſi l'on diviſe ces deux produits par un extrê-

me ou par un moyen, l'on trouvera *que chaque terme extrême d'une proportion eſt égal au produit des moyens diviſé par l'autre extrême, & que chaque terme moyen eſt égal au produit des extrêmes diviſé par l'autre moyen.*

Ainſi lorſque trois termes d'une proportion géométrique ſeront donnés, & que l'on connoîtra l'ordre ſuivant lequel ces trois termes ſont diſpoſés dans la proportion, l'on ſera en état de trouver le terme qui manque dans cette proportion; parce qu'on ſaura ſi ce terme à trouver eſt un extrême ou un moyen, en employant les trois autres termes de la proportion.

DE LA REGLE DE TROIS, ET DE SES DIFFÉRENTES ESPÉCES.

Lorſque l'on connoît trois termes d'une proportion géométrique, l'opération par laquelle on trouve le terme qui manque à cette proportion, s'appelle

Règle de Trois. On la nomme auſſi *Règle de Proportion ;* & quelques-uns l'appellent *Règle d'Or*, à cauſe de l'utilité dont elle eſt dans le commerce.

Nous avons vu dans l'article précédent, comment on découvre le terme qui manque dans une proportion dont on connoît trois termes. Nous verrons dans celui-ci différens exemples de cette opération, & la manière dont les termes connus doivent être conſidérés.

Toute proportion géométrique peut s'exprimer ainſi ;

Extrême : moyen :: *moyen* : *extrême.*

ou mieux encore ;

1re cauſe : 1er effet :: 2e *cauſe* : 2e *effet.*

Par le corrollaire IV, nous avons extr. × *extr.* = moyen × *moyen*, ou 1re cauſe × 2e *effet* = 1er effet × 2e *cauſe* ; & pour abréger,

cauſe × *effet* = effet × *cauſe.*

Ce même corollaire nous donne les quatre formules ſuivantes, qui réſou-

dront tous les cas poſſibles des *Règles de Trois.*

$$\text{I}^{\text{re}}\text{ form. cauſe} = \frac{\text{effet} \times \textit{cauſe}}{\textit{effet}},$$

$$\text{II}^{\text{e}}\text{ form. } \textit{cauſe} = \frac{\textit{effet} \times \text{cauſe}}{\text{effet}},$$

$$\text{III}^{\text{e}}\text{ form. effet} = \frac{\text{cauſe} \times \textit{effet}}{\textit{cauſe}},$$

$$\text{IV}^{\text{e}}\text{ form. } \textit{effet} = \frac{\textit{cauſe} \times \text{effet}}{\text{cauſe}}.$$

Les Arithméticiens diſtinguent deux ſortes de Régles de Trois, la *Régle de Trois directe*, & la *Régle de Trois inverſe*, qui ſont toutes deux ou *ſimples* ou *compoſées*. Ainſi on peut compter à proprement parler, quatre ſortes de *Régles de Trois.*

La régle de trois directe ſimple eſt celle dont les trois termes connus ſont les trois premiers d'une proportion géométrique. Ainſi l'objet de cette régle eſt de faire trouver le quatrième terme d'une

proportion géométrique dont on connoît les trois premiers termes.

La régle de trois inverſe ſimple, eſt celle où l'on connoît trois termes, dont deux ſont les extrêmes d'une proportion géométrique, & l'autre un moyen de la même proportion : en ſorte que l'objet de cette régle eſt de faire découvrir un terme moyen d'une proportion dont trois termes ſont donnés.

Les régles de trois directe & inverſe ſont compoſées, lorſque leur énoncé renferme plus de trois termes connus. On verra à leurs articles qu'elles ſe réduiſent facilement aux régles de trois ſimples de même dénomination.

De la Régle de Trois directe ſimple.

Nous venons de dire que l'objet d'une *Regle de Trois directe ſimple*, étoit de faire découvrir le quatrième terme d'une proportion géométrique, dont les trois premiers ſont ſimples & connus.

Cet objet ſera rempli par la formule IV donnée précédemment,

$$effet = \frac{\text{effet} \times cauſe}{\text{cauſe}};$$

c'eſt-à-dire, que *le terme cherché, ou le ſecond effet eſt égal à la ſeconde cauſe multipliée par le premier effet, le tout diviſé par la première cauſe.*

EXEMPLE. *Si 37 toiſes de mur coûtent* 148^{tt}, *combien coûteront 30 toiſes du même mur?*

Il eſt évident que le prix de 30 toiſes de mur, qui doit ſervir de réponſe à cette queſtion, eſt le quatrième terme de cette proportion géométrique; $37^{\text{T}} : 148^{\text{tt}} :: 30^{\text{T}}$: à la ſomme cherchée. Car de même que la cauſe 37 a produit 148; il faut auſſi que 30 donne un ſecond effet proportionnel à la ſeconde cauſe. Ce ſecond effet ſera $= \frac{30 \times 148}{37} = \frac{4440}{37} = 120^{\text{tt}}$. On a donc $37^{\text{T}} : 148^{\text{tt}} :: 30^{\text{T}} : 120^{\text{tt}}$.

Preuve de toutes *les régles de trois.* Cherchez ſi vous avez trouvé le produit des extrêmes égal au produit des moyens. Par exemple, on a dans ce cas-ci $37 \times 120 = 148 \times 30$, ou $4440 = 4440$; donc 120^{tt} eſt le quatrième terme demandé.

Si 3^{tb} (de poids) *coûtent* 17 *ſous, combien coûteront* 30^{tb}? Dites, 3 : 17 :: 30 : au terme cherché. Ce terme eſt égal à $\frac{30 \times 17}{3} = \frac{510}{3} = 170^{\text{ß}}$, ou à 8^{tt} $10^{\text{ß}}$.

Si pour 148^{tt} *on a* 37 *toiſes de bois, combien pour* 120^{tt} *aura-t-on de toiſes du même bois.* Dites, 148 : 37 :: 120 : au terme cherché. Ce terme eſt égal à $\frac{37 \times 120}{148} = \frac{4440}{148} = 30^{\text{T}}$. Car on a $148^{\text{tt}} : 37^{\text{T}} :: 120 : 30^{\text{T}}$.

Lorſqu'un des trois termes donnés, ou lorſque tous ces termes contiennent des quantités de pluſieurs eſpèces, il

faut, avant de faire la *régle de trois*, les réduire à leurs plus petites eſpèces; & après l'avoir fait, on les élevera aux plus grandes eſpèces.

EXEMPLE. *Si* 3^{lb} 4^{onces} *coûtent* 2^{s} 4^{d}, *que doivent coûter* 2^{lb} ?

On réduit les livres de poids (*de* 16 *onces*) en onces, & les ſous en deniers. On dit enſuite, $52^{\text{onces}} : 28^{\text{d}} :: 32^{\text{onces}}$: aux deniers cherchés. Cette ſomme $= \frac{28 \times 32}{52} = \frac{896}{52} = 17^{\text{d}} + \frac{3}{13} = 1^{\text{s}}$ $5^{\text{d}} \frac{3}{13}$.

Si 7^{tt} 13^{s} 4^{d} *ont gagné* 20^{tt} 6^{s} 9^{d}, *combien gagneront* 30^{tt} 13^{s} 4^{d} ?

On réduit tout en deniers, & l'on dit, $1840^{\text{d}} : 4881^{\text{d}} :: 7360^{\text{d}}$: à la ſomme cherchée. Cette ſomme $= \frac{4881 \times 7360}{1840} = \frac{35924160}{1840} = 19524^{\text{d}} = 1627^{\text{s}} = 81^{\text{tt}}$ 7^{s}.

COROLLAIRE I. Puiſque pour trouver le quatrième terme d'une régle de trois,

il faut multiplier le ſecond terme par le troiſième, & diviſer leur produit par le premier, & puiſqu'un nombre quelconque diviſé par l'unité donne un quotient égal à ce nombre, il eſt clair que ſi l'unité eſt le premier terme d'une régle de trois, on trouvera le quatrième terme qu'on demande, en multipliant ſeulement le ſecond terme par le troiſième, ou le troiſième par le ſecond.

Quoiqu'une régle de trois qui a l'unité pour premier terme ſe réduiſe à la multiplication des deux autres termes donnés, il faut pourtant remarquer que quand le premier terme eſt une unité concrète, on ne doit point le ſupprimer comme inutile, & qu'on ne peut pas propoſer la régle comme une ſimple multiplication; parce que l'unité concrète du premier terme ſert à fixer la nature des unités du produit des deux autres termes, en déterminant celui des moyens dont les unités ſont de méme

eſpèce qu'elle, à devenir un nombre abſtrait.

Par exemple, ſi l'on propoſe ces deux régles de trois :

Si 1 toiſe de bois coûte 4^{tt} 10^{ß} 6^{d}, combien coûteront 27 toiſes du même bois ?

Si pour 1^{tt} on a 27 toiſes de bois, combien pour 4^{tt} 10^{ß} 6^{d} aura-t-on de toiſes du même bois?

L'unité étant le premier terme, & les deux autres termes donnés, dont on peut changer l'ordre ſans inconvénient, étant les mêmes dans ces deux régles, ſavoir, 27 toiſes de bois, & 4^{tt} 10^{ß} 6^{d}. *On aura également le quatrième terme de chacune d'elles, en multipliant 27 toiſes par* 4^{tt} 10^{ß} 6^{d}. *Mais les quatrièmes termes de ces deux régles de trois, quoique produits par la multiplication des mêmes termes, ne ſont pas compoſés des mêmes unités; parce que le premier & le troiſième termes concrets étant*

étant composés de toises dans la première régle, & de livres dans la seconde, on pourra les rendre abstraits, en supprimant la dénomination de toises *dans la première, & la dénomination de* livres *dans la seconde. Dans la première régle, le produit de 27 toises par* 4^{tt} 10^{ß} 6^{d} *se réduira donc à* 4^{tt} 10^{ß} 6^{d} *répétés 27 fois; ce qui donnera* 122^{tt} 3^{ß} 6^{d} *pour le quatrième terme de cette régle: au lieu que dans la seconde, le produit de 27 toises par* 4^{tt} 10^{ß} 6^{d}, *se réduira à 27 toises répétées un nombre de fois exprimé par* $4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{40}$, *ou par* $4\ \frac{21}{40}$; *ce qui donnera* 122 *toises* $\frac{7}{40}$ *pour le quatrième terme de cette seconde règle.*

Donc dans une régle de trois qui a l'unité pour premier terme, & dont on aura par conséquent le quatrième terme en multipliant seulement le second par le troisième, on ne doit point négliger de considérer la nature de l'unité qui fait le

premier terme ; puiſqu'il n'y a que l'eſpèce de cette unité qui puiſſe faire connoître de quelle nature ſeront les unités du quatrième. Ainſi une régle de trois dont le premier terme eſt une unité concrète, ne peut pas être regardée comme une ſimple multiplication.

COROLLAIRE II. Si l'un des trois termes donnés, ou tous les trois, contenoient des entiers joints à des fractions, on les réduiroit à trois fractions ſur leſquelles on opéreroit comme ci-deſſus, ſuivant les loix des fractions. Par exemple, ſi $44^{tt}\ \frac{1}{3}$ ont produit $3^{tt}\ \frac{1}{7}$, combien produiront $22^{tt}\ \frac{1}{6}$? Dites, $44^{tt}\ \frac{1}{3} : 3^{tt}\ \frac{1}{7} :: 22^{tt}\ \frac{1}{6}$ ſont à la ſomme cherchée ; ou

$$\frac{133}{3} : \frac{22}{7} :: \frac{133}{6} : \frac{\frac{22}{7} \times \frac{133}{6}}{\frac{133}{3}} = \frac{\frac{2926}{42}}{\frac{133}{3}} =$$

$$\frac{2926}{42} : \frac{133}{3} = \frac{2926}{42} \times \frac{3}{133} = \frac{8778}{5586} =$$

$1^{tt} + \frac{4}{7}$.

COROLLAIRE III. Une multiplication quelconque peut toujours être miſe

en proportion de cette manière, *l'unité*: *multiplicateur* :: *multiplicande* : *produit*. Car ſi l'on a $3 \times 7 = 21$, on peut dire $1 : 3 :: 7 : 21$; puiſque le produit des moyens $3 \times 7 = 1 \times 21$ produit des extrêmes.

De ce principe général ſuit une manière ſimple de convertir les multiplications complexes en regles de trois directes : par exemple un foſſé de $6^T\ 3^P\ 4^P$ a été fait au prix de $3^{tt}\ 12^{ß}$ la toiſe; on demande ſa valeur? Dites, *l'unité*: $3^{tt}\ 12^{ß} :: 6^T\ 3^P\ 4^P$: *produit*; ou *unité*: $72 :: 472$: *produit*. Cette *unité* eſt l'unité de toiſe réduite à la plus petite eſpèce dont il eſt queſtion dans cet exemple, c'eſt-à-dire, 72^P. Il faut donc dire, $72^P : 72^{ß} :: 472^P$: à la ſomme cherchée. Cette ſomme eſt égale à $\frac{72 \times 472}{72} = 472^{ß} = 23^{tt}\ 12^{ß}$. *Pour faire une multiplication complexe, on peut donc*, 1°. *réduire le multiplicande*

& le multiplicateur à leurs plus petites eſpèces ; 2°. les multiplier l'un par l'autre, & 3°. diviſer ce produit par un nombre qui exprime combien de fois l'unité de la plus grande eſpèce du multiplicande contient la plus petite eſpèce énoncée dans la queſtion. Cette méthode a l'avantage par-deſſus celle des parties aliquotes, de ne point exiger la connoiſſance de leur table.

COROLLAIRE IV. Toute diviſion donne la proportion ſuivante, *l'unité* : *quotient* : : *le diviſeur* : *dividende* ; car ſi l'on a $\frac{21}{7} = 3$, on peut dire, 1 : 3 : : 7 : 21, puiſque $3 \times 7 = 1 \times 21$. Donc par la formule IIIe, $\frac{\text{dividende} \times \text{l'unité}}{\text{diviſeur}}$ = quotient. Cette *unité* eſt la plus grande eſpèce du dividende réduite à ſa plus petite eſpèce énoncée dans la queſtion. Par exemple, on a payé 88^{tt} 10ß pour 24^T 3^P 6^P de mur, combien

a coûté la toiſe ? Dites $\frac{1770^{ß} \times 72^{p}}{1770^{p}} =$
$72^{ß} = 3^{tt}\ 12^{ß}$, prix de la toiſe. *Donc en général pour faire une diviſion complexe, il faut* 1°. *réduire le dividende & le diviſeur à leurs plus petites eſpèces ;* 2°. *multiplier le dividende réduit par un nombre qui exprime combien de fois la plus grande eſpèce du dividende contient ſa plus petite eſpèce énoncée dans la queſtion ;* 3°. *diviſer ce produit par le diviſeur réduit.*

De la Régle de Trois directe composée.

Une régle de trois eſt compoſée, lorſque ſon énoncé contient plus de trois nombres connus ; & quoiqu'elle ait plus de trois termes, on la nomme toujours *régle de trois*, parce qu'on peut la réduire à une régle de trois termes réſultans de la multiplication de ceux que l'énoncé renferme.

Une régle de trois eſt d'autant plus compoſée, qu'elle contient un plus grand nombre de termes. Pour la réduire à trois termes, il faut y conſidérer deux *cauſes* & deux *effets*; écrire les uns ſous les autres tous les termes qui appartiennent à la première cauſe; écrire auſſi les uns ſous les autres tous ceux qui compoſent le premier effet; placer de même les termes qui appartiennent à la ſeconde cauſe, ainſi que ceux qui compoſent le ſecond effet: en obſervant de diſpoſer alternativement les cauſes & leurs effets, & de commencer par la première cauſe ou par le premier effet, ſuivant que le terme qu'on cherche appartient au ſecond effet ou à la ſeconde cauſe. Enſuite, il faut multiplier enſemble toutes les quantités qui compoſent chaque terme; & l'on aura une régle de trois ſimple, dont les trois premiers termes ſeront connus, en ſorte qu'on pourra trouver le quatrième terme.

Mais après avoir ainſi réduit les termes d'une régle de trois compoſée, il peut arriver deux cas ; ou la quantité que l'on cherche ſera le quatrième terme entier de la proportion, ou elle ne ſera qu'un facteur de ce quatrième terme. Dans le premier cas, la réſolution de la régle de trois donnera évidemment la quantité qu'on demande. Dans le ſecond cas, lorſque le quatrième terme ſera trouvé, on ſera obligé de le diviſer par les facteurs connus qui entrent dans la compoſition, pour avoir la quantité qu'on demande. On va prouver tout ce qu'on vient de dire dans les exemples ſuivans.

EXEMPLE I. *Si 20 perſonnes dépenſent 99^{tt} en 15 jours, combien dépenſeront 60 perſonnes en 25 jours ?*

Dans cette queſtion, il y a cinq termes connus ; & l'on cherche un ſixième terme, qui eſt la dépenſe inconnue de 60 perſonnes en 25 jours. De ces ſix

termes, il y en a deux (20 perſonnes & 15 jours) qui ſont la cauſe d'un premier effet, ou de la première dépenſe 99^{tt}; & deux autres (60 perſonnes & 25 jours) qui ſont la cauſe d'un ſecond effet, ou de la ſeconde dépenſe inconnue. On mettra donc l'un ſous l'autre pour un premier terme, 20 perſonnes & 15 jours qui compoſent la première cauſe; puis on écrira pour deuxième terme le premier effet 99^{tt}. Enſuite on écrira l'un ſous l'autre pour un troiſième terme, les deux quantités 60 perſonnes & 25 jours qui compoſent la deuxième *cauſe*; & l'on aura pour quatrième terme le ſecond *effet*, qui eſt la dépenſe inconnue de 60 perſonnes en 25 jours.

1re *cauſe.*	1er *effet.*	2e *cauſe.*	2e *effet.*
20 perſon. × 15 jours.	99^{tt}	60 perſon. × 25 jours.	inconnu.

Comme les cauſes ſont proportion-

nelles à leurs effets, ces quatre termes, dont le dernier eſt inconnu, compoſent une proportion géométrique. Ainſi l'on aura le quatrième terme inconnu, ſavoir, la dépenſe de 60 perſonnes en 25 jours, en multipliant le ſecond terme par le troiſième, & diviſant le produit par le premier.

Mais avant de faire cette régle de trois, il faut déterminer en quoi conſiſtent, ou à quoi ſe réduiſent le premier & le troiſième termes de la propoſition. Pour cela on remarquera que 20 perſonnes dépenſeront en 15 jours autant que 15 fois 20 perſonnes en un jour; & que 60 perſonnes dépenſeront en 25 jours, autant que 25 fois 60 perſonnes en un jour: en ſorte que le premier & le troiſième termes ſe réduiront à ces deux produits 15 fois 20 perſonnes, & 25 fois 60 perſonnes. On aura donc pour réſoudre la queſtion propoſée, cette régle de trois.

Si 15 *fois* 20 *perſonnes dépenſent* 99^{tt},

Combien dépenſeront 25 *fois* 60 *perſonnes ?*

La régle étant ainſi réduite, on trouvera le quatrième terme qu'on demande, en ſuivant les préceptes que nous avons donnés dans l'article précédent, après avoir réduit 15 fois 20 perſonnes en un ſeul terme 300, & 25 fois 60 perſonnes en un ſeul terme 1500. Enfin la régle étant faite, on aura 495^{tt} pour le quatrième terme, c'eſt-à-dire, pour la dépenſe de 60 perſonnes en 25 jours.

Si l'on fait attention à la ſolution que nous avons donnée de la queſtion propoſée, l'on reconnoîtra aiſément que dans toutes les régles de trois compoſées, il faut démêler les termes qui compoſent les deux *cauſes* d'avec les *effets ;* mettre l'un ſous l'autre les termes de la première cauſe, & les multiplier l'un par l'autre ; écrire enſuite le pre-

mier effet; puis mettre l'un ſous l'autre les termes qui compoſent la deuxième cauſe & les multiplier enſemble, & enfin regarder ces trois termes comme les trois premiers termes d'une régle de trois.

1re *cauſe.*	1er *effet.*	2e *cauſe.*	2e *effet.*
20 perſon. × 15 jours.	99 ℔	60 perſ. × 25 jours.	inconnu.

300 : 99 ℔ :: 1500 : ℟. 495 ℔.

Dans cet exemple, la quantité demandée s'eſt trouvée le quatrième terme de la proportion. Dans l'exemple ſuivant, la quantité cherchée ne ſera qu'un facteur du quatrième terme.

Exemple II. *Si 20 perſonnes dépenſent 99 ℔ en 15 jours, en combien de jours 60 perſonnes dépenſeront-elles 495 ℔ ?*

Dans cet exemple, la *cauſe* de la première dépenſe 99 ℔ eſt compoſée de

20 perſonnes & de 15 jours, & la cauſe de la ſeconde dépenſe 495^{tt} eſt compoſée de 60 perſonnes & d'un certain nombre inconnu de jours.

Le nombre inconnu de jours qu'on cherche, étant compris dans la cauſe de la deuxième dépenſe, on ne pourra faire trouver ce nombre de jours dans le quatrième terme de la proportion, qu'en mettant la cauſe de la dépenſe après l'effet. Ainſi conformément à ce que nous avons dit dans l'exemple précédent, & à ce que nous venons de remarquer, l'on écrira les termes donnés de la queſtion, comme il ſuit.

1er *effet.*	1re *cauſe.*	2e *effet.*	2e *cauſe.*
99^{tt}	20 perſon. × 15 jours.	495^{tt}	60 perſon. × nombre inconnu de jours.

Comme les deux quantités dont chaque terme

terme composé est fait, doivent être multipliées l'une par l'autre, & que 60 personnes sont dans le même quatrième terme avec le nombre de jours qu'on demande, on cherchera d'abord ce quatrième terme tout entier; & quand il sera trouvé, on le divisera par 60, pour avoir le nombre inconnu de jours demandé, parce que ce quatrième terme est composé de ce nombre de jours multiplié par 60.

Pour parvenir à ce quatrième terme, on regardera tous les autres termes, excepté 15 jours, comme des nombres abstraits: & après avoir multiplié 15 jours par 20, pour avoir le second terme 300 jours, l'on multipliera ce second terme 300 jours par le troisième 495; ce qui donnera 148500 jours pour le produit, qu'on divisera par le premier terme 99: & l'on trouvera 1500 jours pour le quotient, & pour le quatrième terme entier de la proposition.

Enfin, comme ce nombre 1500 jours eſt fait du nombre demandé de jours multiplié par 60, on diviſera 1500 jours par 60; & l'on aura au quotient 25 jours pour le nombre de jours qu'on demande.

On peut remarquer ici qu'on auroit rendu la ſolution plus ſimple, en décompoſant les deux dépenſes de la queſtion comme il ſuit :

1°. *L'hypothèſe de l'exemple propoſé, eſt que* 20 *perſonnes dépenſent* 99^{tt} *en* 15 *jours. Ainſi, en diviſant* 99^{tt} *par* 20, *l'on auroit eu* 4^{tt} 19^{ß} *pour la dépenſe d'une perſonne en* 15 *jours, ce qui auroit rendu l'hypothèſe plus ſimple.*

2°. *On demande en combien de jours* 60 *perſonnes dépenſeront* 495^{tt}. *Or* 495^{tt} *ne dureront pas plus à* 60 *perſonnes, que la ſoixantième partie de* 495^{tt}, *qui eſt* 8^{tt} 5^{ß}, *durera à une perſonne. Ainſi la queſtion propoſée ſeroit réduite à celle-ci :*

Si une perſonne dépenſe 4ᵗᵗ 19ß en 15 jours, en combien de tems la méme perſonne dépenſera-t-elle 8ᵗᵗ 5ß?

EXEMPLE III. *Si 60 hommes, en travaillant 8 heures par jour, font en 12 jours un foſſé long de 10 toiſes, large de 5 pieds, & profond de 7 pieds; on demande quelle ſera la longueur d'un foſſé, large de 4 pieds, profond de 5 pieds, que 50 hommes feront en 15 jours dans le même terrein, en travaillant 6 heures par jour.*

1°. Il eſt clair que 60 hommes, 12 jours pendant leſquels ils travaillent, & 8 heures qu'ils emploient par jour, compoſent par leur multiplication la cauſe du premier foſſé; parce que 60 hommes font 12 fois autant d'ouvrage en 12 jours, qu'ils en feroient en 1 jour. C'eſt pourquoi les 60 hommes doivent être multipliés par 12; & comme il y aura encore 8 fois autant d'ouvrage de fait, en travaillant 8 heures par jour, qu'on en

feroit en travaillant 1 heure, il faut encore multiplier par 8 le premier produit de 60 hommes par 12.

2°. Le foſſé long de 10 toiſes, large de 5 pieds, & profond de 7 pieds, étant conſidéré comme un parallélipipède, eſt un effet compoſé de la multiplication de ſes trois dimenſions, 10 toiſes, 5 pieds & 7 pieds.

3°. 50 hommes, 15 jours pendant leſquels ils travaillent, & les 6 heures qu'ils employent par jour, compoſent par leur multiplication la cauſe du deuxième foſſé, par les raiſons que nous avons données en examinant la cauſe du premier foſſé.

4°. Enfin le ſecond foſſé, compoſé de la multiplication de ſa longueur inconnue par ſa largeur & par ſa profondeur, eſt l'effet de la deuxième cauſe.

Ainſi après avoir diſpoſé les uns ſous les autres les termes de chaque cauſe & de chaque effet comme ici :

1re cauſe.	1er effet.	2e cauſe.	2e effet.
60 hom.	10 T	50 hom.	longueur
×	×	×	cherchée
12 jours.	5 P	15 jours.	×
×	×	×	4 P
8 heur.	7 P	6 heur.	×
			6 P

5760 : 350 T :: 4500 : 4e terme.

On multipliera enſemble les facteurs des trois premiers termes, pour avoir des termes ſimples; & l'on conſidérera tous ces facteurs comme des nombres abſtraits, excepté celui 10 toiſes du premier effet, pour pouvoir trouver en toiſes la longueur du foſſé. Enſuite on multipliera le ſecond terme réduit 350 toiſes, par le troiſième réduit 4500; ce qui produira 1575000 toiſes, qu'on diviſera par le premier terme réduit 5760: & l'on aura au quotient 273 toiſes 2 pieds 7 pouces, à peu de choſe près, pour le quatrième terme.

Mais ce quatrième terme eſt le pro-

duit de la longueur du foſſé, multipliée par le produit 4×6 ou 24 de ſa largeur & de ſa profondeur. Ainſi en diviſant 273 toiſes 2 pieds 7 pouces par 24, on aura au quotient 11 toiſes 2 pieds 4 pouces, à peu de choſe près, pour la longueur demandée du foſſé.

EXEMPLE IV. *On occupe trois ouvriers pour faire un foſſé, & les forces de ces trois ouvriers ſont telles, que le premier peut faire le foſſé en* 11 *jours; le ſecond peut le faire en* 22 *jours; le troiſième peut le faire en* 33 *jours.*

On demande quel tems il faudra à ces trois hommes enſemble pour faire le foſſé?

Suivant l'énoncé du problême, le premier ouvrier fera $\frac{1}{11}$ du foſſé en 1 jour; le ſecond ouvrier fera le $\frac{1}{22}$ du même foſſé en 1 jour, & le troiſième ouvrier fera $\frac{1}{33}$ du foſſé auſſi en 1 jour. Ajoutant enſemble ces trois fractions ou parties de foſſé, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{22}$, $\frac{1}{33}$, après les avoir réduites à la même dénomi-

nation, l'on trouvera que leur ſomme eſt $\frac{121}{726}$; c'eſt-à-dire, que les trois ouvriers travaillant enſemble, feront $\frac{121}{726}$ du foſſé en un jour.

Comme ces ouvriers feront d'autant plus d'ouvrage qu'ils travailleront plus de tems, les quantités d'ouvrage ſeront directement proportionnelles au tems employé à les faire. Ainſi prenant le foſſé pour l'unité, on fera cette proportion,

Comme $\frac{121}{726}$ *du foſſé eſt à* 1, *qui repréſente le foſſé entier; ainſi* 1 *jour, tems employé à faire* $\frac{121}{726}$, *eſt au nombre de jours que les ouvriers employeront à faire le foſſé entier.*

Donc pour trouver le nombre de jours que les trois ouvriers employeront à faire le foſſé, il faudra multiplier le troiſième terme 1 jour, par le deuxième 1 qui repréſente le foſſé, ce qui produira 1 jour; & diviſer ce produit 1 jour par le premier terme, c'eſt-à-dire, par la fraction $\frac{121}{726}$, ou le multiplier par 726, &

le diviſer enſuite par 121 ; ce qui donnera 6 jours pour le tems demandé.

De la Régle de Trois inverse simple.

Nous avons dit qu'une régle de trois eſt inverſe, lorſque des trois termes donnés il y en a deux qui ſont les extrêmes d'une proportion, en ſorte que le terme qu'on demande eſt un moyen de la même proportion : & comme les termes de la régle de trois ſont donnés de ſuite, *on eſt obligé pour avoir ce moyen, de multiplier le premier terme par le ſecond, qui dans le fond n'eſt que le quatrième de la proportion, & de diviſer le produit par le troiſième terme.* Les formules IIe & IIIe de la page 18, donneront l'un des deux moyens cherchés, ſelon que ce moyen ſera effet ou cauſe.

IIIe form. $\text{effet} = \frac{\text{cauſe} \times \textit{effet}}{\textit{cauſe}}$,

IIe form. $cauſe = \frac{effet \times cauſe}{effet}$.

EXEMPLE I. *Si 30 hommes employent 40 jours à faire un ouvrage, combien de jours employeront 10 hommes à faire le même ouvrage ?*

Il eſt évident que le nombre de jours cherché doit être plus grand que le nombre de jours employés par les 30 hommes; puiſqu'il faudra d'autant plus de tems, qu'il y aura moins d'hommes. Ainſi la *régle de trois* eſt *inverſe* dans cette queſtion. Donc $30^h : 10^h :: \text{tems inconnu} : 40^j$. Conſervant pour plus de facilité les termes *cauſe* & *effet*, qui ſont ici impropres, on pourra ſe ſervir de la IIe formule, qui donne $cauſe = \frac{effet \times cauſe}{effet}$, ou $\frac{40 \times 30}{10} = \frac{1200}{10} = 120^j$.

On concevra mieux cette régle, ſi l'on conſidère qu'elle n'eſt à la rigueur

qu'une régle de trois compoſée. Car en nommant l'ouvrage 1, on aura

1re *cauſe* : 1er *effet* :: 2e *cauſe* : 2e *effet*.

30h × 40j	1	10h × jours inconnus.	1

1200 : 1 :: 10 × inconnu : 1 ;

c'eſt-à-dire, $\frac{1200 \times 1}{1} = 1200$, 2e cauſe. Diviſant cette 2e *cauſe* par le facteur connu 10, on aura l'inconnu $= \frac{1200}{10} = 120^{j}$.

Il eſt donc facile de rappeler une régle de trois inverſe à une régle de trois compoſée. On a vu que le terme cherché étoit alors égal à la première cauſe diviſée par le facteur connu de la 2e cauſe ; puiſque l'unité ne multiplie & ne diviſe pas. *Ainſi dans une régle de trois inverſe ſimple ſi l'on multiplie l'un par l'autre les deux pre-*

miers termes donnés, & que l'on diviſe ce produit par le troiſième terme donné, on réſoudra la queſtion propoſée.

DE LA RÉGLE DE TROIS INVERSE COMPOSÉE.

La régle de trois inverſe compoſée ne diffère de la régle de trois inverſe ſimple, qu'en ce que les termes connus de celle-ci ſont ſimples, & que les termes connus de celles-là ſont faits de la multiplication de pluſieurs autres ; en ſorte qu'après avoir réduit la régle de trois inverſe compoſée, à trois termes entièrement connus, elle eſt ſemblable à la régle de trois inverſe ſimple.

EXEMPLE. *Si* 30 *hommes en travaillant* 8 *heures par jour, font un ouvrage en* 40 *jours :*

En combien de jours 10 *hommes feront-ils le même ouvrage en travaillant* 6 *heures par jour?*

Comme les 30 hommes & les 10 hom-

mes doivent faire le même ouvrage, les 10 hommes employeront d'autant plus de jours que le nombre eſt moindre, & qu'ils travailleront moins d'heures par jour. Ainſi l'on aura cette proportion :

Comme 30 hommes travaillant pendant 8 heures,

Sont à 10 hommes travaillant pendant 6 heures ;

Ainſi le nombre inconnu de jours que les 10 hommes employeront,

Sera à 40 jours que les 30 hommes employent.

Le premier terme de cette proportion ſe réduira à 8 fois 30 hommes, ou 240 hommes ; & le ſecond ſe réduira à 6 fois 10 hommes, ou à 60 hommes : parce que 30 hommes travaillant pendant 8 heures, font le même ouvrage que 8 fois 30 hommes travaillant pendant 1 heure, & que 10 hommes travaillant pendant 6 heures, font le même ouvrage que 6 fois

10 hommes travaillant pendant 1 heure. Ainſi la proportion ſe réduira à celle-ci :

240 *hommes ſont à* 60 *hommes, comme le nombre inconnu de jours eſt à* 40 *jours.*

Et en conſidérant les deux nombres d'hommes, comme des nombres abſtraits, cette proportion ſe réduira encore à celle-ci :

240 *ſont à* 60, *comme le nombre de jours cherché eſt à* 40 *jours.*

On aura donc le nombre des jours demandé, en multipliant 40 jours par 240, & diviſant le produit 9600 jours par 60; ce qui donnera 160 jours.

Remarque. L'ordre dans lequel il faut prendre les deux nombres de jours dont l'un eſt inconnu, étant oppoſé à celui ſuivant lequel on a pris les deux nombres de travailleurs, on peut être expoſé à ſe tromper quand on ne fait point aſſez d'attention à ce renverſement d'ordre. Ainſi l'on fera toujours

bien d'éviter les inverſions, en conſidérant dans la queſtion deux cauſes & deux effets, & en comparant directement les cauſes avec leurs effets.

Dans la queſtion propoſée :

Si 30 *hommes en travaillant* 8 *heures par jour, font un ouvrage en* 40 *jours, en combien de jours* 10 *hommes feront-ils le même ouvrage, en travaillant* 6 *heures par jour?*

On remarquera aiſément que 30 hommes, 8 heures, & 40 jours, compoſent par leur multiplication la première cauſe de l'ouvrage qu'ils font, & que 10 hommes, 6 heures, & le nombre de jours que l'on cherche, compoſent auſſi par leur multiplication la cauſe du même ouvrage que ces 10 hommes doivent faire. Or les deux effets ou les deux ouvrages étant égaux, leurs cauſes ſont égales. Donc en regardant comme nombres abſtraits tous les nombres donnés, excepté celui des jours, on trouvera

que 30 × 8 × 40 jours, ou 9600 jours, ſont égaux à 10 fois 6 fois, ou à 60 fois le nombre de jours qu'on cherche. Ainſi la ſoixantième partie de 9600 jours, c'eſt-à-dire, 160 jours, ſera le nombre de jours demandé.

On peut donc établir pour régle générale, que quand tous les termes donnés d'une régle de trois compoſée inverſe, peuvent ſe réduire à deux cauſes qui compoſent un même effet, on multiplie enſemble tous les nombres qui compoſent la première cauſe, en ne regardant comme concret que celui qui a des unités ſemblables à celles du nombre que l'on cherche ; & que diviſant enſuite le produit par le produit des termes qui ſont donnés dans la ſeconde cauſe, en regardant ces termes comme des nombres abſtraits, le quotient ſera néceſſairement le terme demandé.

De la Régle de Compagnie, ou de Société.

Pluſieurs marchands ou entrepreneurs ayant mis enſemble des fonds pour un même objet, on partage le gain ou la perte proportionnellement à leurs miſes par le moyen des *Régles de Compagnie.*

La régle de compagnie a deux cas; l'un ſuppoſe que la ſociété a été du même nombre d'années, de mois, ou de jours pour tous les aſſociés; l'autre diſtingue différens tems pour les différens aſſociés. On ſatisfait à la queſtion dans ces deux cas par le moyen de la régle de trois répétée pluſieurs fois. Car la miſe de chaque aſſocié doit être à ſa part du gain ou de la perte, comme le fond total eſt à la perte totale, ou au gain total.

Il ſuit delà *que pour faire une régle de compagnie quelconque, il faut ad-*

ditionner les différentes ſommes d'argent que tous les aſſociés ont fournies, pour en faire le premier terme; le gain total, ou la perte totale ſera le ſecond; chaque miſe particulière ſera le troiſième; & le quatrième terme ſera le gain ou la perte de chaque aſſocié. On répétera la règle de trois autant de fois qu'il y a d'aſſociés.

Une régle de compagnie peut être ſimple ou compoſée. Elle eſt ſimple lorſque les termes des régles de trois qu'il faut faire ſont ſimples ; & elle eſt compoſée, lorſque les termes des régles de trois dont dépend ſa ſolution ſont compoſés. Comme nous nous ſommes aſſez étendus ſur les réglès de trois ſimple & compoſée, nous ſuppoſerons nos lecteurs aſſez inſtruits de cette diſtinction, pour n'y plus revenir.

Ier Cas. *Régle de Compagnie ſans diſtinction de tems.*

EXEMPLE I. *Trois marchands, que nous appellerons* A, B, C, *ont chargé un vaiſſeau de* 212 *tonneaux de vin;* A *a fourni* 1342^{tt}, B 1178^{tt}, & C 630^{tt}. *Toute la cargaiſon du vaiſſeau eſt vendue à raiſon de* 32^{tt} *le tonneau. On demande combien il revient à chacun?*

1°. On ajoute les miſes particulières pour avoir la miſe totale, qui doit faire le premier terme 1342 + 1178 + 630 = 3150. 2°. On cherche le gain total en multipliant 212 tonneaux par 32^{tt}, pour avoir le ſecond terme, 212 × 32 = 6784^{tt}. 3°. On prend pour le troiſième terme la miſe de A, 1342^{tt}. 4°. On dit *miſe totale* : *gain total* :: *miſe de* A : *gain de* A, ou 3150 : 6784^{tt} :: 1342 : 2890 gain de A.

On cherche enſuite par le même procédé le gain de B, en plaçant ſa miſe

pour le troiſième terme de la même régle de trois ; 3150 : 6784 :: 1178 : 2537, gain de B.

Le gain de C ſe trouve de même, en plaçant ſa miſe au troiſième terme de la régle de trois, 3150 : 6784 :: 630 : 1356, gain de C.

Il y a une manière plus ſimple d'écrire ſous une ſeule expreſſion ces trois régles de trois. La voici :

$$3150 : 6784 :: \left\{\begin{matrix} 1342 \\ 1178 \\ 630 \end{matrix}\right\} : \left\{\begin{matrix} 2890 \\ 2537 \\ 1356 \end{matrix}\right\}$$

$$3150 \qquad 6783$$

Dans cet exemple on a négligé les fractions.

Le gain de C, ou du dernier aſſocié peut être trouvé par une ſimple ſouſtraction ; c'eſt-à-dire, en retranchant du gain total, les gains des autres aſſociés.

La preuve de la régle de compagnie

ſe fait par l'addition des quatrièmes termes de toutes les régles de trois. Cette ſomme doit rendre, comme dans notre exemple, un des termes donnés; c'eſt ici le gain total.

EXEMPLE II. *Trois marchands*, A, B, C, *ſe ſont aſſociés*; A *pour* 300 *ſacs de bled*; B *pour* 250; C *pour* 450. *La totalité de leurs grains a été vendue* 12700^{tt}. *Combien revient-il à chacun?*

Réponſe. La miſe totale eſt 300+250+450, ou 1000 ſacs; le gain total 12700^{tt}. On doit donc dire:

$$1000 : 12700 :: \left\{\begin{matrix}300\\250\\450\end{matrix}\right\} : \left\{\begin{matrix}3810^{\text{tt}}\\3175\\5715\end{matrix}\right\} \begin{matrix}\text{A}\\\text{B}\\\text{C}\end{matrix}$$

$$\underline{\qquad\qquad} \qquad \underline{\qquad\qquad}$$

$$1000 \qquad 12700^{\text{tt}}$$

Si l'on avoit à trouver un grand nombre de gains ou de pertes particulières, on auroit plutôt fait de chercher la portion du gain ou de la perte qui répond à une unité de la miſe totale, & de mul-

tiplier enſuite par cette portion chaque miſe particulière. On auroit par ce moyen toutes les pertes particulières, ou tous les gains particuliers, ſans faire autant de régles de trois qu'on a de nombres à trouver; ce qui épargneroit autant de diviſions qu'il auroit fallu faire de régles de trois.

Dans l'exemple précédent, il faudroit chercher le prix d'un ſac de bled par cette proportion : *Si* 1000 *ſacs valent* 12700^{tt}, *combien vaut un ſac?* L'on trouveroit 12^{tt} 14^{ß}, en diviſant le ſecond terme 12700^{tt} par le premier 1000. Ces 12^{tt} 14^{ß}, prix d'un ſac, doivent être multipliés par 300, miſe de A, pour avoir 3810^{tt}, gain de A. On multiplie de même ces 12^{tt} 14^{ß}, prix d'un ſac, par 250, miſe de B, pour avoir 3175^{tt}, gain de B. Enfin le produit de ces mêmes 12^{tt} 14^{ß}, prix d'un ſac, par 450, miſe de C, donnera 5715^{tt}, gain de C.

EXEMPLES III. A & B *ont mis en ſociété le premier* 1200^{tt}, *le ſecond* 3600^{tt} : *& ils ont perdu* 600^{tt}, *combien chacun a-t-il perdu ?*

Réponſe. La miſe totale eſt 1200^{tt} + 3600^{tt}, ou 4800^{tt}, & la perte totale 600^{tt}. Dites donc,

$$4800 : 600 :: \underbrace{\begin{Bmatrix}1200\\3600\end{Bmatrix}}_{4800} : \underbrace{\begin{Bmatrix}150^{\text{tt}}\text{ perte de A.}\\450\text{ perte de B.}\end{Bmatrix}}_{600^{\text{tt}}}$$

IIe CAS. *Régle de Compagnie par tems.*

On n'a point eu d'égard au *tems* dans les exemples du premier cas ; parce qu'étant le même pour chaque miſe, il influoit également ſur le gain ou ſur la perte que chacune devoit porter. Mais il n'en eſt pas de même ; lorſque le *tems* de chaque miſe eſt différent.

Suppoſons deux particuliers A & B *qui aient fait enſemble une ſociété.* A *met au premier janvier la ſomme de* 1000^{tt},

& au premier avril la ſomme 2000^{tt}; B *met au premier janvier* 4000^{tt}, *au premier juillet la ſomme* 8000^{tt}; *& au bout de quinze mois, il leur vient la ſomme* 48000^{tt}. *On demande de quelle manière on doit la partager?*

Pour trouver ici la miſe totale, ou la *cauſe* du gain total, il ne ſuffit pas, comme dans le Ier cas, de prendre la ſomme des miſes particulières, parce que ces miſes ont eu d'autant plus de part au gain, qu'elles ont été plus long-tems dans le commerce. Il faut donc multiplier d'abord chaque ſomme fournie par le *tems* qu'elle a travaillé au profit de la ſociété. Dans cet exemple où la ſociété a duré pendant quinze mois, la miſe de A eſt compoſée de 1000^{tt} × 15 mois, & de 2000 × 12 mois, ou de 15000^{tt} + 24000^{tt}, ou de 39000^{tt}. La miſe de B ſe trouvera de même être égale à 4000^{tt} × 15 + 8000^{tt} × 9, ou 60000^{tt} + 72000^{tt}, ou 132000^{tt}. Donc

la miſe totale compoſée des miſes de A & de B, ſera 171000^{tt}; le gain total eſt de 48000^{tt}. Ainſi l'on dira,

171000^{tt} : 48000^{tt} :: .....

.... $\left\{\begin{matrix} 39000^{tt} \\ 132000 \end{matrix}\right\}$: $\left\{\begin{matrix} 10947\ \frac{7}{19} \\ 37052\ \frac{12}{19} \end{matrix}\right\}$.

171000 48000^{tt}

On pourroit ne faire qu'une ſeule de trois; car après avoir le gain de A, ſi on le retranche du gain total, on aura pour reſte le gain de B.

EXEMPLE. *Un négociant* A *a mis* 100000^{tt} *dans le commerce. Au bout de* 6 *mois*, B *s'aſſocie avec* A *pour* 25000^{tt} *dans les* 100000^{tt}; *& au bout de deux autres mois* A *a cédé à* C *une part de* 30000^{tt} *dans la portion qui lui reſtoit des* 100000^{tt}. *Enfin au bout de ſix autres mois, les* 100000^{tt} *ont gagné* 18000^{tt}.

Les conditions de la ſociété étant que chacun aura part au profit à raiſon de

de ſa miſe, & du tems qu'elle aura été dans le commerce, ſans avoir égard à l'intérêt de l'intérêt, on demande combien chaque négociant a gagné? L'uſage, ſans qu'on ſache trop pourquoi, eſt de regarder l'intérêt comme ſimple dans les ſociétés, à moins d'une convention formelle?

Suivant l'énoncé de la queſtion, il y a toujours eu pendant 14 mois 100000^{tt} dans le commerce, qui ſont cenſées avoir gagné pendant ces 14 mois, autant que 14 fois 100000^{tt}, ou 1400000^{tt} auroient gagné pendant un mois. Ainſi, au lieu de prendre 100000^{tt} pendant 14 mois pour la cauſe du gain 18000^{tt}, on peut prendre 1400000^{tt} pour la cauſe de ce gain.

Le ſecond négociant ayant pris au bout de 6 mois une part de 25000^{tt} dans les 100000^{tt}, les 25000^{tt} de ce négociant ont été 8 mois dans le commerce, & auront gagné pendant 8 mois, autant

que 8 fois 25000, ou autant que 200000^{tt} auroient gagné dans un mois. Ainſi au lieu de prendre 25000^{tt} pendant 8 mois pour la cauſe du gain que doit faire le deuxième négociant, nous prendrons 200000^{tt} pour la cauſe ſimple de ce gain.

Le troiſième négociant ayant pris au bout de deux autres mois une part de 30000^{tt} dans les 100000, les 30000^{tt} de ce négociant auront été encore ſix mois dans le commerce, & auront gagné pendant ces ſix mois autant que ſix fois 30000^{tt}, ou 180000^{tt} auroient gagné pendant un mois. Ainſi, au lieu de prendre 30000^{tt} pendant ſix mois pour la cauſe du gain de ce troiſième négociant, nous prendrons 180000^{tt} pour la cauſe ſimple de ſon gain.

Mais les cauſes des gains ſont proportionnelles aux gains.

On trouvera donc le gain du ſe-

cond négociant par cette régle de trois.

Comme 1400000^{tt} *cauſe réduite du gain total*,

Eſt au gain total 18000^{tt};

Ainſi 200000^{tt} *cauſe réduite du gain du ſecond négociant*,

Eſt au gain de ce ſecond négociant.

Or cette régle étant faite comme nous l'avons expliqué, l'on trouvera 2571^{tt} 8ß 7^{d}, à peu de choſe près, pour le gain du ſecond négociant.

Pour trouver le gain du troiſième négociant qui a eu 30000^{tt} dans le commerce pendant ſix mois, on fera cette ſeconde propoſition.

Comme 1400000^{tt} *cauſe réduite du gain total*,

Eſt au gain total 18000^{tt};

Ainſi 180000^{tt} *cauſe du gain du troiſième négociant*,

Eſt au gain de ce négociant.

La régle étant faite, on trouvera,

à peu près, 2314tt 5ß 8d pour le gain du négociant.

Pour avoir le gain du premier négociant, il n'y aura point de régle de trois à faire, parce que le deuxième ayant gagné

	2571tt	8ß	7d
& le troiſième ayant gagné	2314tt	5ß	8d
la ſomme de ces deux gains ſera	4885tt	14ß	3d
& ſi du gain total on ôte la ſomme de ces deux gains	18000tt 4885tt	14ß	3d
il reſtera pour le gain du premier négociant	13114tt	5ß	9d

Des Régles de Fausses positions.

Les régles de Fauſſes poſitions reſſemblent à des Régles de Compagnie, en ce que par leur moyen l'on partage un nombre donné, ou une partie d'un nombre donné, en parties proportionnelles à celles d'un autre nombre que l'on commence à déterminer, en ſuivant les conditions de la queſtion.

On diſtingue deux ſortes de *régle de fauſſe poſition*, ſavoir, les *régles d'une fauſſe poſition*, & les *régles de deux fauſſes poſitions*.

Dans les régles d'une fauſſe poſition, l'on ne fait qu'une ſuppoſition de parties proportionnelles à celles dans leſquelles il faut partager le nombre propoſé.

Dans les régles de deux fauſſes poſitions, l'on fait réellement deux ſuppoſitions qui ſont toutes deux fauſſes,

& l'on en conclut les véritables parties du nombre propoſé à diviſer.

Des Régles d'une Fauſſe poſition.

Les régles d'une fauſſe poſition conſiſtent, comme nous l'avons dit, à ſuppoſer des parties proportionnelles à celles du nombre qu'on doit diviſer. Ces parties ſuppoſées ſont une fauſſe poſition, en ce qu'elles ne ſont pas égales aux parties dans leſquelles le nombre propoſé doit être diviſé. Mais comme ces mêmes parties ſuppoſées ſont proportionnelles à celles qu'on demande, la totalité de ces parties ſuppoſées eſt à chacune d'elles en particulier, comme le nombre donné à diviſer eſt à chacune des parties que l'on demande. Ainſi lorſqu'on a une fois ſuppoſé des parties proportionnelles à celles que l'on demande, & qu'on en a fait la ſomme, le reſte de l'opération ſe fait comme

la régle de compagnie, par des régles de trois.

EXEMPLE I. *Trouver un nombre dont la moitié, le tiers & le quart, fuſſent enſemble* 52.

On choiſira un nombre dont on puiſſe prendre aiſément la moitié, le tiers & le quart; & pour avoir ce nombre, on multipliera enſemble les dénominateurs des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ou plus ſimplement les dénominateurs 4 & 3, parce que le dénominateur 2 eſt contenu dans 4; ce qui donnera 12. On prendra donc la moitié de 12, qui eſt 6; le tiers de 12, qui eſt 4; & le quart de 12, qui eſt 3. Ajoutant enſemble toutes ces parties de 12, on aura 13.

Enſuite on fera cette régle de trois ſimple directe,

Si 13 *contient la moitié, le tiers & le quart de* 12;

De quel nombre 52 *contiendra-t-il la moitié, le tiers & le quart?*

ou, 13 (total ſuppoſé) : 12 (nombre ſuppoſé) :: 52 : au nombre cherché.

On aura donc le nombre demandé en multipliant le ſecond terme 12 par le troiſième 52, & en diviſant le produit 624 par le premier nombre 13; ce qui donnera 48.

Ainſi 48 eſt le nombre demandé, dont la moitié, le tiers & le quart font enſemble 52.

EXEMPLE II. *Un pere en partageant tout ſon bien à trois enfans, en a laiſſé la moitié à l'aîné, le tiers au ſecond, & 20000# au troiſième. On demande le bien que ce père de famille avoit.*

Suppoſons que le bien du père de famille ſoit 1. La moitié qu'il a laiſſée à l'aîné de ſes enfans ſera $\frac{1}{2}$; & le tiers qu'il a laiſſé au ſecond ſera $\frac{1}{3}$. Ces deux parties réduites à la même dénomination ſeront $\frac{3}{6}$ & $\frac{2}{6}$, dont la ſomme eſt $\frac{5}{6}$. Retranchant ces deux parts ou leur

ſomme $\frac{5}{6}$ du bien total 1, il reſtera $\frac{1}{6}$ pour la part du troiſième enfant : & comme les parties ſont proportionnelles aux totalités, on fera cette régle de trois :

Comme $\frac{1}{6}$, *part du troiſième enfant, eſt au bien ſuppoſé* 1 ;

Ainſi 20000^{tt}, *véritable part du troiſième enfant, eſt au véritable bien que le père de famille avoit.*

La régle de trois étant faite, en multipliant ſeulement le troiſième terme par 6, parce que le ſecond terme 1 ne multiplie point, & que la diviſion par $\frac{1}{6}$ eſt une multiplication par 6, on trouvera 120000^{tt} pour le bien que le père de famille avoit.

EXEMPLE III. *Trois perſonnes ont partagé* 100^{tt}, *de manière que la ſeconde a eu deux fois autant que la première. La troiſième a eu autant que la première & la ſeconde enſemble. On demande combien chacune a eu?*

Suppoſons que la part du premier ait été..... 1

La part du ſecond, qui a eu deux fois autant que le premier, auroit été..... 2

La part du troiſième, qui a eu autant que les deux premiers enſemble, auroit été..... 3

Et la totalité des parts ou du bien partagé auroit été..... 6

La queſtion ſe réduit donc à partager 100^{tt} en parties proportionnelles à celles 1, 2, 3, dans leſquelles 6 auroit été partagé. Ainſi l'on trouvera les parties de 100^{tt} par la proportion ſuivante, c'eſt-à-dire, par trois régles de trois.

Comme le nombre total ſuppoſé 6

eſt à ſes parties ..... { 1 2 3

ainſi le nombre propoſé 100^{tt}.....

eſt à ſes parties ..... { 16^{tt} 13^{ß} 4^{d} ; 33 6 8 ; 50 0 0

EXEMPLE IV. *Trois marchands* A, B, C, *conviennent de faire pour quelques entrepriſes, un fonds de* 1000^{tt} *à eux trois, de manière que* A *ne paye que la ſixième partie de ce que payera* B, & B *les* $\frac{2}{3}$ *de ce que payera* C; *on demande ce qu'ils doivent donner ?*

Suppoſons que A donne 100^{tt}, B donnera donc 600^{tt}, & C 900^{tt}, & à eux trois ils donneroient 1600^{tt}. Mais comme ils ne doivent donner que 1000^{tt}, faites cette proportion; comme le faux réſultat donné (1600^{tt}) au faux nombre ſuppoſé (100^{tt}); ainſi le vrai réſultat 1000^{tt} eſt à la miſe cherchée de A, qui ſera

62^{tt} 10^{ß}. Avec la miſe de A, on a toutes les autres. Car en la multipliant par 6, on aura 375^{tt}, miſe de B; & en ajoutant à 375^{tt} ſa moitié 187^{tt} 10^{ß}, on aura 562^{tt} 10^{ß}, miſe de C, dont la miſe de B n'eſt que les deux tiers.

Des Régles de deux Fauſſes poſitions.

Dans une régle de deux fauſſes poſitions, il s'agit de partager un nombre en deux parties, & de partager encore une de ces parties en parties proportionnelles à d'autres parties ſuppoſées.

Pour faire ces deux partages, on fait deux fauſſes ſuppoſitions, comme nous allons le voir dans l'exemple ſuivant.

EXEMPLE. *Trois perſonnes ont partagé* 120^{tt}, *de manière que la ſeconde a eu deux fois autant que la première, &* 3^{tt} *de plus.*

La troiſième a eu autant que les deux autres, & 4^{tt} *de plus.*

On

On demande combien chacun des partageans a eu.

Supposons que la part du premier ait été..... 1#

La part du second, qui a eu deux fois autant que le premier, & 3# de plus, auroit été 2# & 3#, ou..... 5

La part du troisième qui a eu autant que les deux autres, & 4# de plus, auroit été 6#, plus 4#, ou 10

Enfin la totalité des parties auroit été..... 16#

Voilà la première supposition qui est fausse, non-seulement en ce que les parties ne sont pas proportionnelles à celles dans lesquelles il faut diviser 120#; parce que les deux dernieres parties supposées, renferment chacune deux autres parties, dont une est relative à la première part 1#, & dont l'autre est déterminée. La seconde part 5#, par

exemple, eſt compoſée de deux parties 2^{tt} & 3^{tt}, dont l'une 2^{tt} doit être double de la première part ſuppoſée, & changeroit de valeur proportionnellement aux variations qui arriveroient à la première part 1^{tt}; au lieu que la deuxième partie 3^{tt} eſt une grandeur déterminée, qui ne changeroit point en changeant la valeur de la première part 1^{tt}.

En conſidérant que chaque part eſt ainſi compoſée de deux parties, dont l'une eſt relative à la première part ſuppoſée, & dont l'autre eſt une grandeur déterminée qui ſeroit toujours la même, quelle que fût la première part, on examinera quelle eſt la portion du nombre 120^{tt} à partager, qui contient les parties des parts proportionnelles à la première part ſuppoſée; & quelle eſt la portion du même nombre 120^{tt}, qui contient les parties déterminées de ces parts: & lorſque cette dernière portion de 120^{tt} ſera découverte, on la retranchera de

120^{tt}, pour n'avoir que la première portion qui contient les premières parties des parts.

Pour déterminer cette seconde portion de 120^{tt}, on fera une seconde supposition, dans laquelle n'entreront point les parties déterminées 3^{tt} & 4^{tt} qui accroissent les parts ; l'on fera, dis-je, comme si la question étoit ainsi proposée :

Trois personnes ont partagé 120^{tt}.

La seconde a eu deux fois autant que la première.

La troisième a eu autant que les deux autres.

On supposera, comme on a déjà fait, que la part du premier partageant est..... 1^{tt}

La part du second sera 2

La part du troisième sera 3

Et la somme de ces trois parts sera 6^{tt}

Cette seconde supposition sera encore

fauſſe, non-ſeulement parce que les parties ſuppoſées ne ſeront pas les véritables, mais encore parce qu'elles ne ſeront pas proportionnelles aux véritables parts des partageans.

Comme les parts qu'on a priſes dans cette ſeconde ſuppoſition, ne contiennent point les parties déterminées 3^{tt} & 4^{tt}, dont les parties proportionnelles des parts ſont accrues, leur totalité 6^{tt} ne contiendra pas non plus le réſultat de ces parties déterminées; au lieu que la totalité 16^{tt} des parts de la première fauſſe poſition, contenoit le réſultat de ces parties déterminées.

Donc ſi l'on retranche la ſomme 6^{tt} des trois parts de la deuxième ſuppoſition, de la ſomme 16^{tt} des trois parts de la première ſuppoſition, le reſte 10^{tt} ſera la portion pour laquelle les parties déterminées 3^{tt} & 4^{tt} entrent dans la ſomme 120^{tt} qu'il faut partager; d'où il ſuit qu'en retranchant 10^{tt} de 120^{tt},

le reſte 110^{tt} ſera la portion qui contient les parties des parts relatives à la première part.

Après cet expoſé, il ne ſera pas difficile de trouver la part du premier partageant par la ſeconde fauſſe poſition, où les parts ſont ſuppoſées 1, 2, 3, dont la totalité eſt 6; on trouvera, dis-je, la part du premier partageant, ſur laquelle ſont fondées les deux autres, par cette régle de trois :

Comme la ſomme 6^{tt} *des trois parts ſuppoſées*,
Eſt à la première part 1^{tt};
Ainſi 110^{tt}
Eſt à la part du premier.

La régle de trois étant faite, en regardant les deux premiers termes comme des nombres abſolus, on trouvera que

La part du premier partageant eſt 18^{tt} 6^{ß} 8^{d}.

A l'égard des deux autres parts, on

les trouvera en ſuivant les conditions de la queſtion comme il ſuit :

Le ſecond doit avoir deux fois autant que le premier, & 3^{tt} de plus : ainſi il aura 36^{tt} 13^{ß} 4^{d}, & 3^{tt} de plus ; c'eſt-à-dire, qu'il aura 39^{tt} 13^{ß} 4^{d}.

Le troiſième doit avoir autant que les deux premiers, & 4^{tt} de plus : il aura donc d'abord 58^{tt}, & enſuite 4^{tt} ; ainſi il aura en tout 62^{tt}.

Les trois parts demandées ſont donc 18^{tt} 6^{ß} 8^{d}, 39^{tt} 13^{ß} 4^{d}, & 62^{tt}.

REMARQUE. Toutes les *Régles de Fauſſe poſition*, qui ſont ſi longues par les principes de l'Arithmétique, ſont exécutées en un clin-d'œil par le moyen de l'Algèbre, comme on le verra par la ſuite.

De la Régle d'Alliage ou de Mélange.

La Régle d'Alliage eſt une opération par laquelle on mêle enſemble pluſieurs quantités de différentes valeurs, pour en compoſer d'autres d'une valeur moyenne.

Lorſque l'on connoît le nombre & la valeur des parties qui entrent dans l'alliage, & qu'il faut trouver la valeur des parties nouvelles de la choſe alliée, le problême n'a aucune difficulté, & il eſt toujours déterminé ; c'eſt-à-dire, qu'il n'a qu'une ſolution.

Mais lorſque la valeur des unités ou parties nouvelles du corps compoſé eſt donnée, & qu'il faut trouver combien on doit prendre des parties de chacune des choſes qu'il faut mêler enſemble, le problême eſt plus difficile ; & il n'eſt déterminé que dans le cas où les choſes qui doivent entrer dans le mélange, ne

ſont que de deux eſpèces, ou peuvent être réduites à deux eſpèces.

PROBLÊME I. *Lorſque l'on connoît la valeur & le nombre des différentes choſes qui entrent dans la compoſition du corps allié, trouver la valeur des unités du corps allié.*

On multipliera la valeur de l'unité de chaque eſpèce de choſes, par le nombre des unités de cette eſpèce, ce qui donnera autant de produits particuliers qu'on aura de choſes à faire entrer dans le mélange. Enſuite on additionnera tous ces produits; & ayant diviſé leur ſomme par la ſomme des unités de toutes les choſes qui compoſent le mélange, le quotient ſera la valeur de l'unité du corps allié.

Exemple I. *On a mêlé enſemble trois ſortes de grains de différens prix ; ſavoir,*

10 *ſacs de blé à* 12^{tt},
8 *ſacs de blé à* 14^{tt},
6 *ſacs de ſeigle à* 8^{tt} ;

Et l'on demande combien le ſac du mélange ?

Multipliant 12^{tt} par 10, on aura pour 10 ſacs de blé à 12^{tt},.. 120^{tt}

Multipliant 14 par 8, on aura pour 8 ſacs de blé à 14^{tt}..... 112

Multipliant 8 par 6, on aura pour 6 ſacs de ſeigle à 8^{tt},.... 48^{tt}

Ainſi les 24 ſacs mêlés enſemble vaudront en tout..... 280^{tt}

Diviſant cette ſomme 280^{tt} par 24, qui eſt le nombre des ſacs, le quotient 11^{tt} 13^{ß} 4^{d}. ſera la valeur d'un ſac de mélange.

EXEMPLE II. *Un marchand a mêlé enſemble* 288 *pintes de différens vins; ſavoir*,

156 *pintes de vin à* 8ß *la pinte*,

132 *pintes de vin à* 6ß *la pinte.*

On demande à quel prix il doit vendre la pinte de ce mélange pour n'y rien perdre?

Multipliant 8ß par 156, on aura pour 156 pintes de vin à 8ß..... 1248ß

Multipliant 6 par 132, on aura pour 132 pintes de vin à 6ß..... 792

Ainſi les 288 pintes vaudront en tout..... 2040ß

Donc en diviſant ce prix total 2040ß de 288 pintes par 288, le quotient 7ß 1d. ſera le prix auquel le marchand doit vendre la pinte du mélange de ſes vins, pour n'y rien perdre.

EXEMPLE III. *Un orfévre a fondu*

enſemble 60 *marcs d'argent à différens titres; ſavoir*,

32 *marcs à* 11 *deniers de fin*,

20 *marcs à* 11 *deniers* 12 *grains de fin*,

8 *marcs à* 10 *deniers* 12 *grains de fin*,

On demande à quel titre eſt le mélange ?

On diviſe le marc d'argent en douze parties égales qu'on nomme *deniers*, & l'on partage le *denier* en 24 *grains*.

Si l'argent eſt pur & ſans mélange d'aucun autre métal, c'eſt-à-dire, ſi les 12 parties du marc d'argent ſont fines, on dit que l'argent eſt à 12 *deniers*. Si le marc eſt compoſé de 11 parties d'argent pur & de 1 partie d'un autre métal, on dit que l'argent eſt à 11 *deniers*. Si le marc d'argent eſt compoſé de 10 parties & demie d'argent fin, & de 1 partie & demie d'un autre métal, on dit que le titre de l'argent eſt à 10 *de-*

niers & demi, ou à 10 *deniers* 12 *grains*; & ainſi des autres. Cela poſé, voici comment on réſoudra la queſtion.

Comme on a 32 marcs à 11 deniers, 20 marcs à 11 deniers 12 grains, 8 marcs à 10 deniers 12 grains,

On multipliera 11^d par 32, & l'on aura..... 352^d

On multipliera 11^d 12^g par 20, & l'on aura..... 230

On multipliera 10^d 12^g par 8, & l'on aura..... 84

Les 60 marcs contiendront donc en tout..... 666^d

Ainſi en diviſant ces *666 deniers de fin* par 60, le quotient 11^d 2^g $\frac{2}{5}$ ſera la quantité d'argent fin contenue dans un marc de mélange, & ſera par conſéquent le titre de ce mélange.

Juſqu'ici l'on a donné le nombre & la valeur de chaque eſpèce de parties qu'on a propoſé de mêler, & il a ſeule-

ment été queſtion de trouver la valeur d'une partie du mélange. Dans les deux problêmes ſuivans & leurs exemples, on ne ſuppoſera connu que le nombre total des parties du mélange, avec la valeur de chacune de ſes parties, & la valeur totale de ce mélange, & il faudra déterminer le nombre des parties de chaque eſpèce dont le mélange ſera compoſé.

PROBLÊME II. *Deux unités de différentes valeurs étant données, trouver quelles parties il en faudra prendre, pour compoſer une unité d'une valeur moyenne donnée.*

On fera deux fractions qui auront pour dénominateur commun la différence de la plus haute valeur à la moindre. L'une de ces fractions aura pour numérateur la différence de la valeur moyenne à la plus baſſe, & ſera la portion qu'il faudra prendre de l'unité de la plus grande valeur. L'autre fraction

aura pour numérateur la différence de la valeur moyenne à la plus haute, & ſera la portion qu'il faudra prendre de l'unité qui vaudra le moins.

On va démontrer cette régle dans le premier exemple qui ſuit.

EXEMPLE I. *On veut faire un ſac de blé à* 12^{tt}, *en mélant enſemble du blé à* 10^{tt} *le ſac, & du blé à* 13^{tt} *le ſac.*

Imaginons que les trois ſacs, celui de 10^{tt}, qui eſt le moins cher, celui de 13^{tt} qui eſt le plus cher, & celui que l'on veut compoſer pour le donner au prix moyen 12^{tt}, ſont partagés en parties égales; il n'importe en combien pour le préſent.

La différence 2^{tt} du plus bas prix 10^{tt} au prix moyen 12^{tt}, étant double de la différence 1^{tt} du plus haut prix au même prix moyen, il eſt clair que chaque partie qu'on prendra du blé le moins cher pour faire le mélange, diminuera le prix moyen d'une quantité

double de celle dont chaque partie du blé le plus cher augmentera le prix moyen. Ainſi pour augmenter le prix moyen du ſac par le blé le plus cher, de la même quantité dont il ſera diminué par le blé le moins cher, afin que le prix moyen ſoit tel qu'on le demande; il faudra prendre deux parties du blé le plus cher, contre une partie du blé le moins cher; c'eſt-à-dire, que de trois parties qu'on prendra en tout pour compoſer un ſac au prix moyen, il faudra prendre deux parties du blé le plus cher, & une partie du blé le moins cher. Ainſi le ſac de blé à 12^{tt}, ſera compoſé de $\frac{2}{3}$ de ſac à 13^{tt}, & de $\frac{1}{3}$ de ſac à 10^{tt}.

Pour ramener cette opération à la régle du problême, on remarquera que le dénominateur commun des deux fractions eſt 3, différence de 10^{tt} à 13^{tt}, & que les numérateurs 2 & 1 viennent des différences 2^{tt} & 1^{tt}, qu'il y a du prix

moyen 12^{tt} aux deux prix 10^{tt} & 13^{tt} des deux ſacs dont les parties compoſent le mélange : en ſorte que les deux fractions $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3}$ viennent de celles-ci, $\frac{2}{3}^{\text{tt}}$ & $\frac{1}{3}^{\text{tt}}$.

EXEMPLE II. *On veut faire un marc d'argent à* 11 *deniers de fin, en mélant enſemble de l'argent à* 11^{d} 18^{g}, *& de l'argent à* 10^{d} 12^{g} ; *& l'on demande combien il faut prendre de chacune de ces deux eſpèces d'argent.*

Le titre le plus bas étant de 10^{d} 12^{g}

Le titre le plus haut étant de 11^{d} 18^{g}

Le titre moyen étant de... 11^{d}

La différence du titre le plus bas au plus haut ſera 1^{d} 6^{g}, ou 30 grains.

La différence du titre moyen au plus bas, ſera de 12 grains.

La différence du titre moyen au plus haut ſera de 18 grains.

Ainſi deux fractions qui auront 30^{g}, ou ſimplement 30 pour dénominateur commun, & qui auront 12^{g} & 18^{g}, ou

ſimplement 12 & 18 pour numérateurs, ſeront les portions de marc qu'il faudra prendre des deux argents, dont les titres ſont à 11^d 18^g & à 10^d 12^g; c'eſt-à-dire que

1°. $\frac{12}{30}$ ou $\frac{2}{5}$ ſera la portion qu'il faudra prendre du marc à 11^d 18^g.

2°. $\frac{18}{30}$ ou $\frac{3}{5}$ ſera la portion qu'il faudra prendre du marc à 10^d 12^g.

Exemple III. *Faire un pied cube de matière du poids de* 500^{lb}, *en mêlant deux matières dont l'une pèſe* 650^{lb}, *& l'autre* 480^{lb} *le pied cube.*

Le pied cube le plus peſant étant de..... 650^{lb}

Le pied cube le moins peſant étant de..... 480^{lb}

Le pied cube du poids moyen étant de..... 500^{lb}

La différence du moindre poids au plus grand ſera 170^{lb}.

La différence du poids moyen au moindre ſera 20^{lb}.

La différence du poids moyen au plus grand ſera 150lb.

Ainſi deux fractions qui auront 170lb, ou ſimplement 170 pour commun dénominateur, & qui auront 20lb & 150lb, ou ſimplement 20 & 150 pour leurs numérateurs, ſeront les portions qu'il faudra prendre des deux pieds cubes donnés, pour compoſer le pied cube demandé du poids de 500lb; c'eſt-à-dire, que

1°. $\frac{20}{170}$ ou $\frac{2}{17}$ ſera la partie qu'il faudra prendre du pied cube qui pèſe 650lb.

2°. $\frac{150}{170}$ ou $\frac{15}{17}$ ſera la partie qu'il faudra prendre du pied cube qui pèſe 480lb.

On dit qu'Hiéron, prince de Syracuſe, ſoupçonnant qu'il y avoit de l'alliage dans une couronne d'or qu'on lui avoit faite, eut recours à Archimède pour découvrir, ſans endommager la couronne, de combien d'argent elle pouvoit être mêlée; & qu'Archi-

mède, par une régle ſemblable à celle que nous avons appliquée au dernier exemple, trouva la quantité d'argent qui étoit dans la couronne.

Le problême qu'Archimède avoit à réſoudre, conſiſtoit à faire un volume égal à celui de la couronne, & du même poids que la couronne, en mêlant enſemble de l'or & de l'argent purs. Mais pour faire cet alliage, il avoit beſoin de connoître le poids d'un volume d'or pur, & celui d'un volume d'argent pur, égal à celui de la couronne; ce qui faiſoit le ſujet d'un autre problême qu'Archimède eut premièrement à réſoudre.

Un corps peſant plongé dans l'eau, y perd une partie de ſon poids égale au poids du volume d'eau qu'il déplace. Ainſi les corps qui perdent dans l'eau des parties égales de leurs poids, déplacent des volumes d'eau égaux, & ont par conſéquent eux-mêmes des volumes égaux.

Suivant ce principe, Archimède, après avoir pesé la couronne dans l'air, la pesa dans l'eau pour connoître combien elle y perdoit de son poids. On peut présumer qu'il pesa ensuite dans l'air une quantité d'or pur qu'il augmenta ou diminua, jusqu'à ce qu'en la pesant dans l'eau, elle y perdît une partie de son poids égale à celle que la couronne y avoit perdue. Par ce moyen dont nous supposons qu'Archimède se servit, il parvint à faire un volume d'or pur égal à celui de la couronne. En supposant qu'Archimède trouva de la même manière un volume d'argent pur égal à celui de la couronne, il fut en état de découvrir l'alliage de la couronne, c'est-à-dire, de déterminer combien il falloit d'or pur & d'argent pur pour composer un volume égal à celui de la couronne, & du même poids que la couronne.

Nous ne nous occuperons point des différentes façons dont Archimède pouvoit découvrir le poids d'un volume d'or ou d'argent égal à celui de la couronne, en pesant successivement dans l'air & dans l'eau un lingot quelconque d'or ou d'argent, parce que ces problêmes appartiennent à l'Hydrostatique.

PROBLÊME III. *Faire une somme proposée avec deux sortes de pieces de chacune desquelles la valeur sera donnée, & dont le nombre total sera aussi déterminé.*

1°. On multipliera la valeur d'une des moindres pieces par le nombre total des pieces, & l'on retranchera ce produit de la somme totale qu'on doit composer par l'alliage des deux especes de pieces. Puis on divisera le reste de cette soustraction, par la différence d'une grande piece à une petite piece; & le quotient de cette division sera le nom-

bre qu'on prendra des plus grandes pieces pour faire l'alliage propoſé.

2°. Si l'on vouloit avoir le nombre des petites pieces qui doivent entrer dans l'alliage propoſé, l'on multiplieroit la valeur d'une des plus grandes pieces, & l'on retrancheroit la ſomme propoſée de ce produit. Enſuite on diviſeroit le reſte de cette ſouſtraction par la différence de la plus grande piece à la plus petite ; & le quotient de cette diviſion ſeroit le nombre des petites pieces qui doivent entrer dans l'alliage propoſé.

On va donner la démonſtration de cette régle dans l'exemple ſuivant.

EXEMPLE I. *On n'a que des pieces de 2 ſols & de 18 deniers, & l'on veut faire 40 ſols en 24 pieces.*

1°. Si toutes les 24 pieces étoient de 18 deniers, elles ne produiroient que 36 ſols, & donneroient par conſéquent 4 ſols de moins que les 40 ſols qu'on

demande. Ainſi il faudroit augmenter de 4 ſous ce produit 36 ſous, ſans augmenter le nombre des pieces. Or il eſt évident que c'eſt cette augmentation de 4 ſous, que la première partie de la ſolution du problême fait trouver, en multipliant une petite piece par le nombre total des pieces, & en retranchant le produit de la ſomme propoſée.

Comme chaque piece de 2 ſous ſurpaſſe chaque piece de 18 deniers de $\frac{1}{2}$ ſou, chaque piece de 2 ſous qu'on mettra à la place d'une piece de 18 deniers, augmentera le produit 36 ſous de $\frac{1}{2}$ ſou, ſans augmenter le nombre des pieces. Ainſi, pour augmenter de 4 ſous le produit 36 ſous des 24 pieces de 18 deniers, il faudra prendre à la place de pieces de 18 deniers, autant de pieces de 2 ſous que $\frac{1}{2}$ ſou eſt contenu de fois dans 4 ſous; c'eſt-à-dire, qu'il faudra prendre 8 pieces de 2 ſous. Or c'eſt ce nombre 8 pieces, que la même partie de la

ſolution du problême fait trouver, en diviſant le reſte de la ſouſtraction par la différence de la plus grande piece à la plus petite. On n'aura donc plus que 16 pieces de 18 deniers avec 8 pieces de 2 ſous, qui feront enſemble 24 pieces, & compoſeront la ſomme 40 ſous qu'on demande.

2°. Si toutes les 24 pieces étoient de 2 ſous, elles produiroient 48 ſous, & donneroient par conſéquent 8 ſous de plus que les 40 ſous qu'on demande. Ainſi il faudroit diminuer de 8 ſous ce produit 48 ſous, ſans diminuer le nombre des 24 pieces. Or c'eſt cette diminution de 8 ſous que la ſeconde partie du problême fait trouver; en multipliant une grande piece par le nombre total des pieces, & en retranchant du produit la ſomme qu'on ſe propoſe de faire.

Chaque piece de 18 deniers qu'on mettra à la place d'une piece de 2 ſous, diminuera de $\frac{1}{2}$ ſou le prodnit 48 ſous, ſans

ſans augmenter ni diminuer le nombre total des pieces. Ainſi pour diminuer ce produit de 8 ſous, il faudra prendre autant de pieces de 18 deniers que $\frac{1}{2}$ ſou, différence des deux eſpèces de pieces, eſt contenu dans 8 ſous; c'eſt-à-dire, que le quotient 16 de la diviſion de 8 ſous par la différence $\frac{1}{2}$ ſou des deux eſpèces de pieces, ſera le nombre de pieces de 18 deniers qui doivent faire partie de l'alliage demandé. On aura donc 16 pieces de 18 deniers, & 8 pieces de 2 ſous, qui font enſemble 24 pieces, & compoſent les 40 ſous qu'on demande.

Lorſqu'on a trouvé le nombre des pieces de l'une des eſpèces, il n'eſt pas néceſſaire de chercher par les préceptes du problême le nombre des pieces de l'autre eſpèce; puiſque ſi l'on retranche le nombre des pieces qu'on aura trouvé, du nombre total des pieces qui eſt donné, le reſte de la ſouſtraction

ſera évidemment le nombre des pieces de l'autre eſpèce.

EXEMPLE II. *30 officiers, tant capitaines que lieutenans, ont payé en tout* 2000^{tt} *pour leur rançon. Chaque capitaine a payé* 100^{tt}, *& chaque lieutenant* 60^{tt}. *On demande combien il y avoit de capitaines, & combien il y avoit de Lieutenans.*

Il eſt évident que cette queſtion revient à la précédente ; & que dans celle-ci il s'agit de faire 2000^{tt} en 30 pieces, dont les unes ſoient de 100^{tt}, & les autres de 60^{tt}.

Ainſi, pour avoir le nombre des capitaines qui payent la plus grande rançon 100^{tt}, on multipliera la plus petite rançon 60^{tt} par le nombre 30 des officiers ; & ayant retranché le produit 1800^{tt} de la totalité 2000^{tt} des rançons, il reſtera 200^{tt}, qu'on diviſera par la différence 40^{tt} de la plus grande rançon à la plus petite : & le quotient 5 ſera

le nombre des capitaines qui ont payé la plus forte rançon.

Comme il n'y a que 30 officiers, tant capitaines que lieutenans, & qu'on a trouvé 5 capitaines, il eſt clair qu'il n'y aura que 25 lieutenans.

Exemple III. *On a loué un ouvrier pour 30 jours, à condition de lui donner 40 ſous pour chaque jour qu'il travaillera, & de lui retenir ſur ce qu'il aura gagné 6 ſous pour chaque jour qu'il ne travaillera pas. Au bout de 30 jours, l'ouvrier a reçu 37*^{tt}. *On demande combien de jours cet ouvrier n'a pas travaillé.*

Il s'agit dans cet exemple de faire 37^{tt} effectives avec 30 choſes de deux eſpèces oppoſées; ſavoir, avec des gains de 40 ſous chacun, & avec des pertes de 6 ſous chacune. Ainſi la queſtion ſe réduit à une régle d'alliage qu'on fera ſuivant le dernier Problême.

1°. On multipliera 40 ſous par 30,

nombre des jours, & du produit 1200ß ou 60#, on retranchera la ſomme 37#; ce qui donnera un reſte de 23# ou de 460ß.

2°. La différence d'un gain de 40ß à une perte de 6ß, eſt 46ß. Ainſi l'on diviſera le reſte 460ß qu'on a trouvé, par 46; & le quotient 10 ſera le nombre des jours que l'ouvrier n'a point travaillé.

Car ſi l'ouvrier n'avoit manqué aucun jour à travailler, il auroit gagné 60# en 30 jours au lieu de 37# ſeulement qu'il a reçues : ainſi les 23# qu'il a manqué de gagner, ſont pour les jours qu'il a manqué de travailler. Mais par les conditions du marché, l'ouvrier perd 46ß chaque jour qu'il ne travaille point, ſavoir 40ß qu'il manque de gagner, & 6 qu'on lui retient ſur ce qu'il a précédemment gagné. Donc en diviſant les 23# de perte totale par la perte 46ß d'un jour, le quotient 10 qu'on trouve

eſt le nombre des jours de perte.

On rapporte aux deux derniers problêmes tous les alliages de plus de deux choſes différentes, lorſque par les conditions des queſtions, les différentes choſes qu'on veut allier peuvent ſe réduire à deux eſpèces ſeulement. On va donner des exemples de ces alliages.

EXEMPLE IV. *On veut faire* 30^{lb} *de poudre à* 20^{ß} *la livre, en mélant enſemble de la poudre à* 28^{ß}, *de la poudre à* 18^{ß}, *& de la poudre à* 8^{ß}; *à condition que la poudre à* 18^{ß} *& celle à* 8^{ß} *ſeront en parties égales.*

Puiſque la poudre à 18^{ß} & celle à 8^{ß} la livre doivent être en parties égales dans le mélange, & que 1 livre de poudre à 18^{ß} avec 1 livre de poudre à 8^{ß} feront 2 livres de poudre valant enſemble 26^{ß}, & compoſeront par conſéquent de la poudre à 13^{ß} la livre, il eſt clair que la queſtion ſe réduira premièrement à faire 30 livres de pou-

dre à 20ß, ou la ſomme de 600ß, avec de la poudre à 28ß & de la poudre à 13ß la livre, ou bien avec 30 pieces dont les unes ſeront de 28ß, & les autres de 13ß. Or cette queſtion ſe rapportera au dernier problême.

En réſolvant la queſtion, l'on trouvera qu'il faut 14℔ de poudre à 28ß, & 16℔ de poudre à 13ß: & comme la poudre à 18ß & la poudre à 8ß ſont en parties égales dans la poudre à 13ß, il eſt évident que l'alliage demandé ſera compoſé de 14℔ de poudre à 28ß, de 8℔ de poudre à 18ß, & de 8℔ de poudre à 8ß.

Si pour faire les 30℔ de poudre à 20ß la livre, avec de la poudre à 28ß, de la poudre à 18ß, & de la poudre à 8ß la livre, on impoſe la condition de prendre deux fois autant de poudre à 18ß que de poudre à 8ß; comme 2℔ de poudre à 18ß & 1℔ de poudre à 8ß, font 3℔ de poudre valant enſemble 44ß,

la livre de ce premier mélange vaudra 14ß 8d. Ainſi la queſtion ſe réduira à faire 30lb de poudre à 20ß la livre, avec de la poudre à 28ß & de la poudre à 14ß 8d la livre, & l'on trouvera qu'il faut prendre 12lb de poudre à 28ß avec 18lb de poudre à 14ß 8d la livre : & comme les 18lb de poudre à 14ß 8d ſont compoſées de deux parties de poudre à 18ß, & d'une partie de poudre à 8ß, l'alliage demandé ſera compoſé de 12lb de poudre à 18ß, de 6lb de poudre à 8ß, mêlées avec 12lb de poudre à 28ß la livre.

Comme on pourra toujours faire de la poudre à 20ß *la livre, avec de la poudre à* 28ß, *de la poudre à* 18ß *& de la poudre à* 8ß *la livre, quel que ſoit le rapport qu'on voudra mettre entre la quantité de poudre à* 18ß *& la quantité de poudre à* 8ß, *& qu'on pourra varier ce rapport à l'infini, il eſt évident qu'il y a une infinité de*

combinaiſons différentes, par leſquelles on pourra faire de la poudre à 20ß la livre, avec de la poudre à 28ß, de la poudre à 18ß, & de la poudre à 8ß la livre. Ainſi le problême où l'on propoſeroit ſeulement de faire de la poudre à 20ß, avec de la poudre à 28ß, avec de la poudre à 18ß, & avec de la poudre à 8ß la livre, auroit une infinité de ſolutions, & ſeroit ce qu'on appelle un problême indéterminé. L'Algèbre donne des méthodes pour réſoudre ces problêmes.

Il en ſera de même de tous les autres problêmes, lorſqu'il ſera queſtion de compoſer un nombre donné de choſes d'une valeur donnée, en alliant trois eſpeces de choſes de différentes valeurs données, & qu'il n'y aura point de condition qui détermine en quel rapport ſeront les quantités de deux des trois choſes données.

De la Régle d'Escompte et de l'Intérêt.

Ces deux régles ſont tellement dépendantes l'une de l'autre, qu'il eſt impoſſible de les ſéparer dans un Traité d'Arithmétique. Nous allons définir d'abord l'*intérêt.*

L'*intérêt* eſt le profit que tire le créancier du prêt de ſon argent (ou de tel autre meuble). Il varie ſuivant les conventions faites avec l'emprunteur.

Il y a deux manières d'énoncer l'intérêt, ſur leſquelles il eſt important de ſe faire des idées nettes. 1°. On dit que l'intérêt eſt à tant pour cent (par *an*, ou par tel autre *tems* convenu). Il eſt d'uſage d'écrire *pour* $\frac{0}{0}$, au lieu de ces mots *pour cent*. Par exemple, *l'intérêt d'une ſomme eſt à 5 pour* $\frac{0}{0}$ *par an*; c'eſt-à-dire, que 100^{tt} rapportent au bout de l'année 5^{tt}. 2°. On dit que l'intérêt eſt à tel denier (par

an, ou par tel autre *tems* convenu); c'eſt-à-dire, autant de fois que le nombre, qui marque le denier, eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire *un* d'intérêt. Ainſi dans l'exemple précédent *l'intérêt eſt au denier* 20 *par an*; car 20 étant contenu 5 fois dans 100, l'intérêt de 100^{tt} eſt 5^{tt} au bout d'une année. De même, le denier étant 18, l'intérêt eſt 1 pour 18.

Il eſt toujours facile de réduire l'une de ces expreſſions à l'autre. Pour cela, ſi l'on prend 100 pour dividende conſtant des deux autres nombres (ſavoir, celui qui exprime à *combien* pour $\frac{0}{0}$ eſt l'intérêt, & celui qui exprime le *denier*), l'un étant le diviſeur, l'autre ſera le quotient; & réciproquement l'un ſera le quotient, l'autre étant le diviſeur. Par exemple, ſi l'intérêt eſt à 4 pour $\frac{0}{0}$, le denier ſera $\frac{100}{4} = 25$. De même, le denier étant 20, l'intérêt ſera à $\frac{100}{20} = 5$ pour $\frac{0}{0}$.

Si le diviſeur n'eſt pas ſous-multiple de 100, il eſt clair que le quotient ſera une fraction. Ainſi l'intérêt étant à 3 pour $\frac{0}{0}$, le denier ſera $\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$. Si le denier eſt 18, l'intérêt ſera à $\frac{100}{18} = 5\frac{5}{9}$.

On diſtingue deux ſortes d'intérêts, le *ſimple*; & le *compoſé*, autrement dit *redoublé*, & plus ordinairement *l'intérêt de l'intérêt*. Le *ſimple* eſt celui qui ſe tire uniformément ſur le premier capital, ſans pouvoir devenir capital lui-même, ni produire intérêt. Le *compoſé* eſt perçu quand l'intérêt échu paſſe en nature de capital, & produit lui-même intérêt.

Dans toutes les queſtions de l'un ou de l'autre intérêt, il entre néceſſairement cinq élémens que nous repréſenterons par les lettres initiales de leurs noms, afin d'obtenir des formules générales. En ſubſtituant dans ces formules les valeurs aux lettres, on réſoudra tous les cas propoſés.

1°. Le *capital* ſera repréſenté par *c*. 2°. Le *nombre* (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe que ſe tire l'intérêt, ſera déſigné par *n*. 3°. L'*intérêt* qui ſe tire ſur ce nombre ſera déſigné par....*i*. 4°. Le *tems* que le capital a été gardé ſera.....*t*. 5°. Enfin, ce qui *revient*, tant en capital qu'en intérêt, au bout du tems ſuppoſé, ſera....*r*.

De l'Intérêt ſimple.

Faites...$n : i :: c : \frac{i \times c}{n}$, c'eſt *l'intérêt d'un terme*. Ainſi 2000^{tt} à 5 pour $\frac{o}{o}$ donnent 100^{tt}; car $100 : 5 :: 2000 : \frac{5 \times 2000}{100} = \frac{10000}{100} = 100^{\text{tt}}$.

Multipliez l'*intérêt* d'un terme par le *tems*, ou $\frac{i \times c \times t}{n}$, ce ſera l'*intérêt total*. Ainſi 2000^{tt} à 5 pour $\frac{o}{o}$ rendent au bout de cinq ans en intérêts la ſomme de

de 500^{tt}; car en ſubſtituant les valeurs aux lettres dans la formule $\frac{i \times c \times t}{n}$, on a $\frac{5 \times 2000^{tt} \times 5}{100} = \frac{10000^{tt} \times 5}{100} = 500^{tt}$.

Ajoutez le capital à l'intérêt total, ou, $c + \frac{i \times c \times t}{n}$, vous aurez une ſomme compoſée du capital & des intérêts, que nous ſommes convenus de déſigner par la lettre *r*. Pour faire cette addition qui eſt compoſée d'un entier & d'une fraction, on ſe rappellera qu'il faut réduire l'entier à une fraction du même dénominateur que la fraction donnée; ce qui ſe fait en multipliant l'entier par le dénominateur de la fraction, & en ajoutant ce produit au numérateur de la fraction donnée. Ici l'on a $c + \frac{i \times c \times t}{n}$, ou $\frac{c \times n}{n} +$

$\frac{i \times c \times t}{n}$, ou enfin $\frac{c \times n + i \times c \times t}{n}$. Veut-on avoir au bout de cinq ans le capital & les intérêts d'une ſomme de 2000^{tt} prêtée avec un intérêt de 5 pour $\frac{0}{0}$; on n'a qu'à ſubſtituer les valeurs aux lettres dans la dernière formule $\frac{c \times n + i \times c \times t}{n}$, c'eſt-à-dire, $\frac{2000^{tt} \times 100 + 5 \times 2000^{tt} \times 5}{100}$, ou $\frac{200000^{tt} + 50000^{tt}}{100}$, ou $\frac{250000^{tt}}{100}$, ou enfin $2500^{tt} = r$.

De la valeur de $r = c + \frac{i \times c \times t}{n}$, on tire par les régles de l'Algèbre cinq formules qui donnent les valeurs de c, de i, de t & de n, ſuivant que l'on connoît les quatre autres élémens du calcul des intérêts. Nous les donnerons ici par anticipation, afin que l'on puiſſe réſoudre toutes les queſtions relatives à

l'intérêt ſimple. On en verra la démonſtration par la ſuite.

Voici les quatre formules :

$$\text{I}^{re}\ldots r = c + \frac{i \times c \times t}{n},$$

$$\text{II}^{e}\ldots c = \frac{r \times n}{n + i \times t},$$

$$\text{III}^{e}\ldots i = \frac{r \times n - c \times n}{c \times t},$$

$$\text{IV}^{e}\ldots t = \frac{r \times n - c \times n}{c \times i},$$

$$\text{V}^{e}\ldots n = \frac{i \times c \times t}{r - c}.$$

EXEMPLE I. *Un homme a prêté* 1200^{tt} *à* 3 *pour* $\frac{0}{0}$ *d'intérêt; à combien montent intérêts & principal au bout de* 4 *ans?*

On demande la valeur de r; c'eſt pourquoi il faut employer la Ire formule. Dans cette queſtion on a $c = 1200^{tt}$, $i = 3$, $n = 100$, $t = 4$. En ſubſtituant ces valeurs, la Ire formule

$r = c + \frac{i \times c \times t}{n}$ devient $r = 1200^{\text{lt}} + \frac{3 \times 1200^{\text{lt}} \times 4}{100} = 1200^{\text{lt}} + \frac{14400^{\text{lt}}}{100}$ $= 1200^{\text{lt}} + 144^{\text{lt}} = 1344^{\text{lt}}$, valeur du capital & des intérêts au bout de 4 ans.

EXEMPLE II. *Un homme a rendu au bout de huit ans* 2688^{lt} *pour principal & intérêt à raiſon de 6 pour* $\frac{0}{0}$: *quel étoit le capital?*

On demande la valeur de c ; c'eſt pourquoi il faut employer la IIe formule. Dans cette queſtion.. $r = 2688^{\text{lt}}$, $n = 100$, $t = 8$, $i = 6$. En ſubſtituant ces valeurs, la IIe formule.... $c = \frac{r \times n}{n + i \times t}$, devient $c = \ldots\ldots$ $\frac{2688^{\text{lt}} \times 100}{100 + 6 \times 8} = \frac{268800^{\text{lt}}}{100 + 48} = \ldots$ $\frac{268800^{\text{lt}}}{148} = 1816^{\text{lt}}\ \frac{8}{37}$, valeur du capital.

EXEMPLE III. *Un homme avoit prêté* 1200^{tt} *à un interêt de* tant *pour* $\frac{0}{0}$. *Au bout de* 4 *ans, l'emprunteur lui a rendu* 1344^{tt} *pour le capital & les intérêts. Quel étoit cet intérêt ?*

On demande la valeur de i ; c'eſt pourquoi il faut employer la IIIe formule. Dans cette queſtion ..... $r = 1344^{\text{tt}}$, $n = 100$, $t = 4$, $c = 1200^{\text{tt}}$. En ſubſtituant ces valeurs, la IIIe formule..... $i = \frac{r \times n - c \times n}{c \times t}$ devient..

$$i = \frac{1344^{\text{tt}} \times 100 - 1200 \times 100}{1200 \times 4} =$$

$$\frac{134400^{\text{tt}} - 120000^{\text{tt}}}{4800} = \frac{14400^{\text{tt}}}{4800} = 3,$$

intérêt cherché.

EXEMPLE IV. *Un homme ayant gardé* 1200^{tt} *pendant un certain tems, rend* 1344^{tt} *pour principal & interêt à raiſon de* 3 *pour* $\frac{0}{0}$; *combien de tems l'argent a-t-il été gardé ?*

On demande la valeur de t; c'eſt pourquoi il faut employer la IVe formule. Dans cette queſtion on a..... $c = 1200^{\text{ℓ}}$, $r = 1344^{\text{ℓ}}$, $i = 3$, $n = 100$. En ſubſtituant ces valeurs, la IVe formule... $t = \frac{r \times n - c \times n}{c \times i}$, deviendra.....

$$t = \frac{1344^{\text{ℓ}} \times 100 - 1200^{\text{ℓ}} \times 100}{1200 \times 3} =$$

$$\frac{134400^{\text{ℓ}} - 120000^{\text{ℓ}}}{3600} = \frac{14400^{\text{ℓ}}}{3600} =$$

4 ans, tems cherché.

EXEMPLE V. *Un homme ayant gardé* $2000^{\text{ℓ}}$ *pendant* 5 *ans, rend* $2500^{\text{ℓ}}$ *pour le capital & l'intérêt à raiſon de* 5 *pour un* nombre *que l'on a oublié; on demande quel eſt ce nombre?*

On demande le *nombre* pour lequel on a exigé 5 d'intérêt; il faut donc employer la Ve formule. Les valeurs des lettres ſont ici.. $c = 2000^{\text{ℓ}}$, $t = 5$,

$r = 2500^{\text{tt}}$, $i = 5$. En ſubſtituant ces valeurs, la Ve formule.....

$n = \frac{i \times c \times t}{r - c}$ deviendra, $n =$.....

$\frac{5 \times 2000^{\text{tt}} \times 5}{2500^{\text{tt}} - 2000^{\text{tt}}} = \frac{25 \times 2000^{\text{tt}}}{500} =$

$\frac{50000^{\text{tt}}}{500} = 100$, *nombre* ſur lequel on a tiré 5 d'intérêt.

Remarque. Lorſque t eſt une fraction, cette circonſtance n'ajoute aucune difficulté réelle dans les cas où il s'agit d'intérêt ſimple : le calcul en devient ſeulement un peu plus compliqué.

De la Regle d'Eſcompte pour l'intérêt ſimple.

On déſigne en général par le mot *d'Eſcompte*, la remiſe que fait le créancier, ou la perte à laquelle il ſe ſoumet, en faveur du payement anti-

cipé qu'on lui fait d'une ſomme avant l'échéance du terme.

Plus particulièrement, *eſcompter* ſur une ſomme, c'eſt en ſéparer les intérêts qu'on y ſuppoſe noyés & confondus avec le principal.

Il y a deux manières d'énoncer l'*eſcompte*; on dit qu'il ſe fait à *tant* pour $\frac{0}{0}$, ou qu'il ſe fait à tel denier. Nous employerons la première expreſſion qui s'entend mieux, & qui eſt la plus uſitée.

Quand on dit que l'eſcompte ſe fait à tant pour $\frac{0}{0}$ par an, par mois, par &c. cet *an*, ce *mois*, cet *&c.* eſt ce que nous nommerons le *terme d'eſcompte*.

Dans toutes les queſtions relatives à l'eſcompte, il entre néceſſairement cinq élémens, comme dans les queſtions relatives à l'intérêt. 1°. La ſomme dûe, ou le capital, que nous déſignerons dans les formules, comme ci-deſſus, par... *c*. 2°. Le nombre (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe

en général que ſe fait l'eſcompte, nous l'appellerons.....*n.* 3°. Ce qu'on eſcompte ſur ce nombre, correſpondant à l'intérêt des queſtions précédentes, déſigné par....*i.* 4°. Le tems que le payement eſt anticipé, déſigné par...*t.* 5°. Enfin, ce qui reſte après l'eſcompte fait, déſigné par....*r.*

Nous allons donner (comme nous l'avons fait ci-deſſus pour l'intérêt) cinq formules, dans leſquelles on conclura toujours un des cinq élémens du calcul, par le moyen des quatre autres élémens connus. Nous renvoyons la démonſtration de ces formules au tems où nos lecteurs ſeront inſtruits à fond de l'Algèbre & des Proportions.

Comme c'eſt à exprimer *t* qu'on ſe trouve ordinairement le plus embarraſſé, ce point demande quelqu'éclairciſſement. A proprement parler, *t* eſt toujours une fraction ayant pour numérateur le nombre qui exprime l'anticipa-

tion du payement, & pour dénominateur le *terme d'eſcompte*, c'eſt-à-dire, 1 ſi ce terme eſt un *an*. Lorſqu'il ne s'agit que d'années entières dans toute la queſtion, ce dénominateur eſt l'unité ; & alors la fraction vaut un nombre d'entiers égal au numérateur. Mais s'il eſt queſtion de *mois*, ou de *jours*, cette unité d'année devient 12, ou 365 ; & dans ce cas, t reſte fractionnaire. Les exemples III & IV éclairciront cette obſervation.

Pour avoir la ſomme qui reſte après l'eſcompte payé, c'eſt-à-dire, r, dites, $n+i\times t : n :: c : \frac{n\times c}{n+i\times t}$; c'eſt la valeur de r d'où on a tiré les autres formules.

$$\text{I}^{re}\text{ form.}\ldots r = \frac{n\times c}{n+i\times t},$$

$$\text{II}^{e}\text{ form.}\ldots c = \frac{r\times n+r\times i\times t}{n}.$$

$$\text{III}^{\text{e}}\text{form.}\ldots i = \frac{n \times c - r \times n}{r \times t},$$

$$\text{IV}^{\text{e}}\text{ form.}\ldots t = \frac{n \times c - r \times n}{r \times i},$$

$$\text{V}^{\text{e}}\text{ form.}\ldots n = \frac{i \times r \times t}{c - r}.$$

EXEMPLE I. *Un homme doit* 1344^{tt} *payables dans* 4 *ans ; ſon créancier offre de lui eſcompter, à raiſon de* 3 *pour* $\frac{0}{0}$ *par an, s'il paye actuellement ; acceptant l'offre, que doit-il payer ?*

On demande la valeur de r ; c'eſt pourquoi il faut employer la Ire formule. Dans cette queſtion... $n = 100$, $c = 1344^{\text{tt}}$, $i = 3$, & $t = \frac{4}{1} = 4$. En ſubſtituant ces valeurs, la Ire formule $r = \frac{n \times c}{n + i \times t}$ devient.....

$$r = \frac{100 \times 1344^{\text{tt}}}{100 + 3 \times 4} = \frac{134400^{\text{tt}}}{100 + 12} =$$

$$\frac{134400^{\text{tt}}}{112} = 1200^{\text{tt}},$$ ſomme qu'il faut

payer après la déduction de l'escompte.

EXEMPLE II. *Un homme qui devoit* 1344^{tt} *exigibles* dans un certain tems, *s'acquitte en payant actuellement* 1200^{tt}, *l'escompte étant à* 3 *pour* $\frac{0}{0}$ *par an ; de combien d'années a-t-il anticipé le payement ?*

On demande la valeur de t ; c'est pourquoi il faut employer la IVe formule. Dans cette question... $n = 100$, $c = 1344^{\text{tt}}$, $i = 3$, $r = 1200^{\text{tt}}$. En substituant ces valeurs, la IV formule.. $t = \frac{n \times c - r \times n}{r \times i}$ devient.....

$$t = \frac{100 \times 1344^{\text{tt}} - 1200^{\text{tt}} \times 100}{1200^{\text{tt}} \times 3} =$$

$$\frac{134400^{\text{tt}} - 120000^{\text{tt}}}{3600} = \frac{14400^{\text{tt}}}{3600} = 4,$$

nombre d'années dont on a anticipé le payement.

EXEMPLE III. *Un homme doit* 2000^{tt} *payables dans* 2 *ans ; on offre*

de les lui eſcompter à raiſon de 5 pour $\frac{0}{0}$ *par an, du jour qu'il pourra anticiper le payement ; il paye au bout de 7 mois : quelle ſomme doit-il compter ?*

On demande la valeur de r ; c'eſt pourquoi il faut employer la Ire formule. Dans cette queſtion..... $c = 2000^{\text{ff}}$, $n = 100$, $i = 5$. Quant à t, il faut obſerver ici deux choſes pour l'évaluer, 1°. que t eſt toujours une fraction ayant pour numérateur le nombre qui exprime l'anticipation, & pour dénominateur le *terme d'eſcompte* ; 2°. que dans les exemples précédens, on n'a point tenu compte de ce *terme d'eſcompte*, parce que s'agiſſant d'années entières, ce *terme* étoit 1, & qu'une fraction dont 1 eſt le dénominateur vaut une ſomme d'entiers égale à ſon numérateur. Mais ici, où il s'agit de parties de ce *terme*, c'eſt-à-dire, de *mois*, il faut réduire les *tems* en *mois*, pour avoir une fraction dont le dénominateur

n'eſt plus 1. La ſomme étant payable dans 2 ans, ou 24 mois, & l'ayant payée au bout de 7 mois, on a anticipé l'époque de 17 mois. Ainſi dans cette queſtion.... $t = \frac{17}{12}$.

En ſubſtituant ces valeurs, la Ire formule.... $r = \frac{n \times c}{n + i \times t}$ devient.....

$r = \frac{100 \times 2000^{\text{tt}}}{100 + 5 \times \frac{17}{12}}$. Mais $5 \times \frac{17}{12} = \frac{85}{12}$; & $100 + \frac{85}{12} = \frac{1285}{12}$. On a donc ici..

$r = \frac{200000^{\text{tt}}}{\frac{1285}{12}} = \frac{200000}{1} : \frac{1285}{12} =$

$\frac{200000 \times 12}{1 \times 1285} = \frac{2400000^{\text{tt}}}{1285} =$..

$1867^{\text{tt}} \frac{181}{257}$, ſomme que l'on doit compter au bout de 7 mois.

EXEMPLE IV. *Un homme qui devoit* 2000^{tt} *payables dans 2 ans, s'eſt acquitté en payant au bout de 7 mois* $1867^{\text{tt}} \frac{181}{257}$, *ou* $\frac{480000}{257}$. *A* combien *pour* 100 *par an s'eſt fait l'eſcompte ?*

On demande la valeur de... i; c'eſt pourquoi il faut employer la IIIe formule. Dans cette queſtion. $c = 2000^{tt}$, $n = 100$, $r = \frac{480000}{257}$. Quant à t, comme il eſt queſtion de *mois* dans cet exemple, il doit être une fraction. Le numérateur ſera 17 *mois*, tems anticipé, & le dénominateur un an (*terme d'eſcompte*) réduit en mois. Ainſi... $t = \frac{17}{12}$.

En ſubſtituant ces valeurs, la IIIe formule.... $i = \frac{n \times c - r \times n}{r \times t}$ devient....

$$i = \frac{100 \times 2000^{tt} - 100 \times \frac{480000}{257}}{\frac{480000}{257} \times \frac{17}{12}} =$$

$$\frac{200000^{tt} - \frac{48000000}{257}}{\frac{8160000}{3084}} = ...$$

$$\frac{\frac{51400000^{tt} - 48000000}{257}}{\frac{8160000}{3084}} = \frac{3400000}{257} :$$

$$\frac{8160000}{3084} = \frac{3400000}{257} \times \frac{3084}{8160000} = ...$$

$\frac{1048560}{209712} = 5^{\text{tt}}$, ſomme que l'on a eſcomptée par chaque terme.

EXEMPLE V. *Un homme qui devoit une* certaine ſomme *exigible dans* 4 *ans, s'acquitte en payant actuellement* 1200^{tt}, *l'eſcompte étant à* 3 *pour* $\frac{0}{0}$ *par an; quelle ſomme devoit-il?*

On demande la valeur de...c; c'eſt pourquoi il faut employer la IIe formule. Dans cette queſtion...$n = 100$, $r = \frac{4}{1} = 4$, $i = 3$, $t = 1200^{\text{tt}}$. En ſubſtituant ces valeurs, la IIe formule..

$c = \frac{r \times n + r \times i \times t}{n}$ devient.....

$$c = \frac{1200^{\text{tt}} \times 100 + 1200^{\text{tt}} \times 3 \times 4}{100} =$$

$$\frac{120000^{\text{tt}} + 14400^{\text{tt}}}{100} = 1344^{\text{tt}},$$ ſomme exigible dans 4 ans.

EXEMPLE VI. *Un homme qui devoit* 1344^{tt} *exigibles dans* 4 *ans, s'acquitte en payant actuellement* 1200^{tt}, *l'eſ-*

compte étant à 3 pour un nombre *que l'on a oublié. On demande ce* nombre.

On cherche la valeur de... n; c'eſt pourquoi il faut employer ici la Ve formule. Dans cette queſtion.. $r = 1200^{\text{tt}}$, $c = 1344$, $t = \frac{4}{1} = 4$, $i = 3$. En ſubſtituant ces valeurs, la Ve formule..

$n = \frac{r \times i \times t}{c - r}$ devient.....

$n = \frac{1200 \times 3 \times 4}{1344^{\text{tt}} - 1200^{\text{tt}}} =$.....

$\frac{14400^{\text{tt}}}{144} = 100$, nombre ſur lequel l'eſcompte 3 étoit réglé.

EXEMPLE VII. *Un homme doit* 100^tt^ *payables au bout d'un an au denier* 20, *c'eſt-à-dire, à* 5 *pour* $\frac{0}{0}$; quelle ſomme *doit-il payer actuellement, l'eſcompte prélevé, pour s'acquitter de cette dette?*

On demande la valeur de... r; c'eſt pourquoi nous employerons ici la Ire for-

mule. Dans cette queſtion.. $c = 100^{\text{tt}}$, $i = 5$, $n = 100$, $t = \frac{1}{1} = 1$. En ſubſtituant ces valeurs, la Ire formule... $r = \frac{n \times c}{n + i \times t}$ devient.....

$r = \frac{100 \times 100^{\text{tt}}}{100 + 5 \times 1} = \frac{10000^{\text{tt}}}{100 + 5} = ..$

$\frac{10000^{\text{tt}}}{105} = 95^{\text{tt}}\ 4^{\text{ß}}\ 9^{\text{d}}\ \frac{3}{21}$. Cependant l'on ne paye ordinairement dans le commerce que 95^{tt}; ce qui eſt une inexactitude. On peut voir en effet par la régle d'intérêt, que 95^{tt} ne doivent produire au bout d'un an que $99^{\text{tt}}\ 15^{\text{ß}}$.

De l'Intérêt-de-l'Intérêt, ou *de l'Intérêt compoſé*, ou *de l'Intérêt redoublé.*

Dans cette ſeconde eſpèce *d'Intérêt*, l'intérêt échu devient capital, & produit lui-même intérêt.

Les lettres correſpondantes aux cinq

élémens du calcul reſtent ici les mêmes que ci-deſſus, où il s'agiſſoit de l'intérêt ſimple. Les formules ſeules vont changer.

Pour avoir..r, raiſonnez ainſi :

Le capital du premier terme étant..c, l'intérêt ſera, comme ci-devant, $\frac{i \times c}{n}$; à quoi ajoutant le capital c, on aura $c + \frac{i \times c}{n}$, ou $\frac{c \times n + i \times c}{n}$ pour le prémier terme, c'eſt-à-dire, pour r. Donc à la fin du premier terme le capital & l'intérêt ſeront $\frac{c \times n + i \times c}{n}$.

Le capital du ſecond terme étant $\frac{c \times n + i \times c}{n}$, pour avoir ſon intérêt on dira,

$$n : i :: \frac{c \times n + i \times c}{n} : \frac{i \times c \times n + i \times c \times i}{n \times n}.$$

Pour avoir l'r du ſecond terme, il faut ajouter ſon intérêt à ſon capital, c'eſt-à-

dire, $\frac{c \times n + i \times c}{n} + \frac{i \times c \times n + i \times c \times i}{n \times n}$; en réduiſant au même dénominateur ces deux fractions, on aura $\frac{c \times n \times n + i \times c \times n}{n \times n} + \frac{i \times c \times n + i \times c \times i}{n \times n}$. Cette formule devient trop compliquée, d'ailleurs on a beſoin pour en faire uſage, de la connoiſſance des logarithmes, c'eſt pourquoi nous n'en traiterons qu'après leur théorie.

De la Régle d'Eſcompte pour l'intérêt redoublé.

On ne connoît dans le commerce qu'une eſpèce d'eſcompte; c'eſt celle ci-deſſus, & qui correſpond à l'intérêt ſimple: néanmoins comme eſcompter n'eſt proprement (ainſi qu'on l'a déjà obſervé) que ſéparer d'un capital un intérêt qui y eſt, ou du moins qu'on y ſuppoſe confondu, & que l'intérêt eſt de deux ſortes, il ſemble qu'il doit y

avoir auſſi deux eſpèces d'*eſcompte*, relatives chacune à l'eſpèce d'intérêt qu'il eſt queſtion de démêler d'avec le capital. En adoptant, ſi l'on veut, cette idée, nous avertiſſons que cette eſpèce d'eſcompte ſera traitée conjointement avec la ſeconde eſpèce d'intérêt, après les logarithmes. Mais comme cet eſcompte n'eſt d'aucun uſage dans le commerce, il faut le regarder comme un objet de pure curioſité.

DE LA RÈGLE DE TROC, OU DES ÉCHANGES.

Dans les *trocs* ou *échanges*, les marchands vendent plus cher leurs marchandiſes qu'en argent comptant. Suppoſons que deux marchands faſſent un troc, que le premier échange du drap qu'il vend 18^{ft} l'aune, dont il veuille en troc 21^{ft}, & que le ſecond marchand ait du velours qu'il vend argent comptant 24^{ft}; on demande à quel prix il

doit le vendre en troc pour ne rien perdre ſur ſa marchandiſe dans cet échange.

SOLUTION. On voit, par l'état de cette queſtion, que le ſecond marchand doit augmenter le prix de ſon velours dans le même rapport que le premier augmente le prix de ſon drap, ce qu'on trouvera par cette analogie : ſi 18^{tt} comptant ſont portées à 21^{tt} en troc, à combien 24^{tt} comptant doivent-elles être portées, ou $18 : 21 :: 24 : x = \ldots\ldots$ $\frac{21 \times 24}{18} = 28^{tt}$, prix de l'aune de velours en troc.

EXEMPLE. *Un marchand a du ſucre qu'il vend* 20^{ß} *argent comptant, & qu'il veut vendre* 24^{ß} *en troc, exigeant le quart de ce prix,* 24^{ß} *de la livre, argent comptant; on demande à combien un marchand doit porter le prix de la bouteille de vin de Bourgogne qu'il vend argent comptant* 30^{ß}, *pour troquer*

ſon vin avec le premier marchand.

SOLUTION. Puiſque le ſecond marchand doit payer $\frac{1}{4}$ du prix du ſucre, en argent, il ne doit payer que les $\frac{3}{4}$ en troc ou 18ß de chaque livre de ſucre; on doit auſſi ôter 6ß de 20ß, prix du ſucre argent comptant; car ces 6 ſous payés comptant doivent diminuer le prix du ſucre au comptant & en troc de 6ß. Les prix deviennent donc 14ß au comptant, & 18ß en troc; après quoi il faut faire cette proportion, 14 : 18 :: 30 : $x = 38ß\ 6ₔ\ \frac{6}{7}$ prix du vin en troc. Si on demandoit combien le marchand de vin aura de livres de ſucre en troc de 1260 bouteilles de vin, & combien il doit payer comptant au marchand de ſucre, on multipliera 1260 bouteilles par le prix en troc $36ß\ 6ₔ\ \frac{6}{7}$ de la bouteille, & on diviſera le produit 48600ß par le prix 18ß de la livre de ſucre en troc; le quotient 2700 exprime le nombre de livres de ſucre que

le marchand de vin doit avoir pour ſes 1260 bouteilles; mais il doit payer en outre au marchand de ſucre, argent comptant, 2700 pieces de 6ß, ou 810ℓ. Ainſi des autres.

RÉGLE POUR TIRER LA TARE DES MARCHANDISES.

On appelle *tare* ce qui ſert d'emballage aux marchandiſes; *tirer la tare* des marchandiſes, c'eſt diminuer le poids total des marchandiſes, de celui de l'emballage au gré des marchands. Les uns rabattent tant pour 100, ou dans le 100; les autres tant au-deſſus du 100.

Par exemple, un marchand achete 15 tonneaux d'huile peſant 14900ℓb, combien doit-il payer de net en rabattant 12 pour 100, ou dans le 100 pour la tare?

On dira ſi 100 *eſt réduit à* 88, *à combien ſera réduit à* 14900ℓb? *On trouvera* 13112ℓb *net.*

Si on avoit rabattu 12ℓb au-deſſus du

100,

100, on auroit fait cette analogie 112 : 100 :: 14900^{lb} : x = 13303^{lb} net & $\frac{8}{14}$. On voit qu'il eſt plus avantageux pour l'acheteur que la tare ſoit dans le 100 qu'au-deſſus du 100.

De la Régle conjointe.

Cette Régle eſt un abrégé de pluſieurs Régles de Trois, qu'on ſeroit obligé de faire pour réſoudre une queſtion propoſée.

Régle générale. On diſpoſe en deux colonnes, tous les termes des égalités qui ſont propoſées, comme antécédens & conſéquens ; en obſervant que l'antécédent ſuivant ſoit de même nom que le conſéquent qui le précéde immédiatement, & que le dernier conſéquent ſoit de même nom que le premier antécédent. Le terme inconnu, que l'on appelle x, eſt toujours ou le dernier antécédent, ou le dernier conſéquent. On diviſe enſuite la ſomme de la ſeconde colonne

par la ſomme de la première colonne, pour avoir la valeur de x que l'on cherche.

EXEMPLE I. *On demande combien* 100^{lb} *de Veniſe valent de livres du poids de Genève ?*

Réponſe. Sachant que 100^{lb} de Veniſe pèſent 70^{lb} de Lyon, que 120^{lb} de Lyon pèſent 100^{lb} de Rouen, que 80^{lb} de Rouen pèſent 100^{lb} de Toulouſe, & qu'enfin 50^{lb} de Toulouſe pèſent 37^{lb} de Genève; on trouvera par le moyen de ces valeurs indirectes la réponſe directe à la queſtion propoſée, en employant la régle conjointe comme il ſuit.

100^{lb} de Veniſe pèſent 70^{lb} de Lyon,
120^{lb} de Lyon..... 100^{lb} de Rouen,
80 de Rouen..... 100 de Toulouſe,
50 de Toulouſe.... 37^{lb} de Genève,
x de Geneve..... 100^{lb} de Veniſe,

100×120×80×50=	70×100×100×37×
48000000.	100=259000000

Faiſant enſuite $x = \frac{2590000000}{48000000} =$ $53^{lb}\frac{23}{24}$. Donc 100^{lb} de Veniſe ne pèſent que $53^{lb}\frac{23}{24}$ de livre de Genève.

Si l'on ne connoiſſoit pas la *Régle conjointe*, il faudroit opérer comme il ſuit :

100^{lb} de Veniſe : 70^{lb} de Lyon :: 1^{lb} de Veniſe : $\frac{7}{10}{}^{lb}$ de Lyon.

$\frac{7}{10}{}^{lb}$ de Lyon : 1^{lb} de Veniſe :: 1^{lb} de Lyon : $1 + \frac{3}{7}{}^{lb}$ de Veniſe.

120^{lb} de Lyon : 100^{lb} de Rouen :: 1^{lb} de Lyon ; $\frac{10}{12}{}^{lb}$ de Rouen.

$1^{lb} + \frac{3}{7}$ de Veniſe $= \frac{10}{12}{}^{lb}$ de Rouen.

$\frac{10}{12}{}^{lb}$ de Rouen : $\frac{10}{7}{}^{lb}$ de Veniſe :: 1^{lb} de Rouen ; $1^{lb} + \frac{5}{7}$ de Veniſe.

80^{lb} de Rouen : 100^{lb} de Toulouſe :: 1^{lb} de Rouen : $1^{lb} + \frac{1}{4}$ de Toulouſe.

1^{lb} de Rouen $= 1^{lb} + \frac{1}{4}$ de Toulouſe ; 1^{lb} de Rouen $= 1^{lb} + \frac{5}{7}$ de Veniſe ; donc $1^{lb} + \frac{1}{4}$ de Toulouſe $= 1^{lb} + \frac{5}{7}$ de Veniſe.

$1^{lb} + \frac{1}{4}$ de Toulouſe : $1^{lb} + \frac{5}{7}$ de Veniſe :: 1^{lb} de Toulouſe ; $1^{lb} + \frac{13}{35}$ de Veniſe.

1 ℔ + $\frac{13}{55}$ de Veniſe = 1 ℔ de Toulouſe.

50 ℔ de Toulouſe : 37 ℔ de Genève :: 1 ℔ de Toulouſe : $\frac{37}{55}$ ℔ de Genève.

Donc 1 ℔ + $\frac{13}{55}$ de Veniſe = $\frac{37}{50}$ de Genève.

1 ℔ + $\frac{13}{55}$ de Veniſe : $\frac{37}{50}$ de Genève :: 1 ℔ de Veniſe : $\frac{259}{480}$ ℔ de Genève.

1 ℔ de Veniſe = $\frac{252}{480}$ de Genève ; donc 100 ℔ de Veniſe = $\frac{25900}{480}$ de Genève.

Solution. 100 ℔ de Veniſe ne pèſent que 53 ℔ $\frac{23}{24}$ de Genève.

Remarque. La multitude des régles de trois employées dans la ſeconde ſolution de cet exemple, fait ſentir l'avantage & la ſimplicité de la régle conjointe.

Exemple II. *On demande combien d'écus de France valent* 105 *ducats de Francfort ?*

Réponſe. Sachant que 10 écus de France valent 800 deniers d'Hollande,

que 83 deniers d'Hollande valent 48 deniers d'Angleterre, que 24 deniers d'Angleterre valent 42 deniers de Hambourg, que 128 deniers de Hambourg valent 2 ducats de Francfort, j'employe la régle conjointe pour répondre à cette queſtion :

10 écus de France valent. 800 deniers d'Hollande ;
83 deniers d'Hollande... 48 deniers d'Angleterre ;
24 deniers d'Angleterr... 42 deniers de Hambourg ;
128 deniers de Hambourg. 2 ducats de Francfort ;
105 ducats de Francfort... *x* écus de France ;

$$\frac{10\times 83\times 24\times 128\times 105}{800\times 48\times 42\times 2} = 83 \text{ écus de France.}$$

Donc 83 écus de France valent 105 ducats de Francfort.

REMARQUE. La régle conjointe eſt de la plus grande utilité pour les Négocians & les Banquiers ; c'eſt pourquoi nous invitons nos Lecteurs à s'y exercer beaucoup avant que de paſſer au Change.

DU CHANGE ET DE LA BANQUE.

Le mot de *change* a deux acceptions différentes déſignées par les adjectifs *direct* & *indirect*.

Du Change direct.

On déſigne par *change direct* le profit qu'un banquier ou un négociant prend ſur une ſomme de deniers qui lui eſt comptée, pour laquelle il tire une lettre de change, payable en quelque lieu, & par une autre perſonne. Ce profit, ou *change*, comprend ordinairement l'intérêt de ſon argent, & le ſalaire de ſa négociation. Il n'eſt jamais égal, étant quelquefois de 2, 3, 4, ou de 10 &

15 pour $\frac{0}{0}$, ſuivant que l'*aloi* des eſpeces eſt différent, ou que l'argent eſt plus ou moins abondant, ou que les lettres de change ſont plus ou moins rares ſur les places.

Le prix du change s'arbitre ou ſe régle en France ſuivant le cours de la place du lieu où la lettre eſt tirée, eu égard à celui où la remiſe eſt faite, ſelon l'ordonnance du mois de mars 1673.

On prétend que c'eſt la ville de Lyon qui donne la loi pour le prix du change, aux principales places de l'Europe.

La régle de change eſt la même que la régle d'eſcompte, lorſque le change *ſe prend* en-dedans *de la ſomme principale.*

EXEMPLE I. *Un homme compte à un banquier ſous la condition d'*en-dedans, *une ſomme de* 3000^{tt} *pour toucher de l'argent à l'endroit où il doit ſe rendre, le* change *ſuppoſé à* 3 *pour* $\frac{0}{0}$; *de com-*

bien ſera la lettre à vue qu'il en recevra ?

Prenant la Ire formule de l'eſcompte, $r = \frac{c \times n}{n + i \times t}$. Les valeurs ſont dans cette queſtion.. $c = 3000^{\text{tt}}$,.. $n = 100$, $i = 3$,... $t = 0$. En les ſubſtituant, la formule devient.. $r = \frac{3000^{\text{tt}} \times 100}{100 + 3 \times 0} = \frac{300000^{\text{tt}}}{103} = 2912^{\text{tt}} \frac{64}{103}$. Retranchant cette ſomme de 3000^{tt}, on verra que le banquier retient pour ſon droit $87^{\text{tt}} \frac{39}{103}$.

EXEMPLE II. *Un homme voulant toucher 3000^tt^ à l'endroit où il va, demande une lettre de change* en plein *& à vue de cette ſomme à un banquier, qui prend 3 pour* $\frac{0}{0}$ *de* change. *Quelle ſomme doit-il payer comptant ?*

On demande la valeur de c ; c'eſt pourquoi il faut employer la IIe formule de l'eſcompte. Dans cette queſtion...

$n = 100, \ldots i = 3, \ldots t = 0, \ldots$ $r = 3000^{\text{tt}}$. En ſubſtituant ces valeurs, la IIe formule... $c = \frac{r \times n + r \times i \times t}{n}$ devient,... $c = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{3000^{\text{tt}} \times 100 + 3000 \times 3 \times 0}{100} = \ldots$ $\frac{300000^{\text{tt}} + 9000^{\text{tt}}}{100} = 3090^{\text{tt}}$. Retranchant 3000^{tt} de cette ſomme, on trouve que le banquier a pris 90^{tt} pour le *change*.

REMARQUE. On peut faire la régle du *change direct* par une ſimple régle de trois, comme il ſuit ;

EXEMPLE. *On demande à un banquier de Paris de faire payer à Rome une ſomme de* 6000^{tt}. *Il conſent à donner une lettre de change de pareille ſomme payable à vue ou à tel terme, moyennant* 2 *pour* $\frac{0}{0}$ *de change, c'eſt-à-dire, que pour chaque* 100^{tt} *qu'on veut faire toucher*

à Rome, on lui donne 2^{tt} pour ſon droit de change.

On trouvera ce qu'il faut lui donner pour les 6000^{tt} par cette analogie, 100 : 2 :: 6000 : x = 120^{tt}. Il faudra donc remettre au banquier de Paris une ſomme de 6120^{tt} pour faire toucher 6000^{tt} à Rome à vue de la lettre de change qu'il a délivrée, tirée ſur ſon correſpondant de Rome. Si on ne remet que 6000^{tt}; ce qu'il payera ſe trouvera par cette analogie, 102 : 100 :: 6000 : x = 5882^{tt} 7^{ß} 0^{d} $\frac{36}{51}$, ſomme que le banquier de Rome payera. On trouvera le change, ou ce que le banquier de Rome doit retenir ſur les 6000^{tt}, par cette analogie, 102 : 2 :: 6000 : x = 117^{tt} 12^{ß} 11^{d} $\frac{15}{51}$, ſomme à retenir.

Pour ſe former une idée claire du change, il faut être prévenu, 1°. qu'on appelle banquier, celui qui fait la banque ou le commerce d'argent par le

moyen des traites, remiſes d'argent & des lettres de change qu'il fait paſſer de places en places. On voit par-là qu'un banquier doit avoir des correſpondans dans les pays étrangers & villes de commerce pour faire tenir les ſommes qui lui ſont demandées; qu'il doit toujours avoir de l'argent en caiſſe pour acquitter les lettres de change que ſes correſpondans tirent ſur lui, &c. Le banquier ne déroge point, ſur-tout en Angleterre, en Hollande, en Suiſſe & en Italie, où les cadets des plus nobles familles font la banque.

2°. Que le change en fait de commerce, ſe dit de l'intérêt, de l'eſcompte, du profit que l'on retire des billets de commerce, dont on avance le payement; du bénéfice accordé par le Roi ou par les différentes nations aux changeurs, qui prennent des monnoies ou défectueuſes ou étrangères, ou hors de cours, pour des monnoies courantes dans le

pays ou dans le lieu où l'on négocie les papiers de commerce.

Le troc, ou la négociation de ces papiers contre de l'argent, eſt l'eſpece de change dont il eſt ici queſtion. Lorſque le prix de ce troc ou de cette négociation eſt au pair, c'eſt-à-dire, lorſqu'on reçoit dans le lieu du payement autant de poids d'argent & au même titre que l'on en donne par la lettre de change, on regarde cette poſition ou cette eſpece d'équilibre comme le *pair du change*. Mais il eſt difficile que cet équilibre ſe rencontre; en effet, les circonſtances du commerce, les dettes réciproques des états ou des places, l'abondance ou la rareté relative des monnoies varient à tout moment, & renchériſſent par conſéquent l'argent ou le billet; d'où il réſulte le *change de parité* & le *change de néceſſité*. Par exemple, l'écu de trois livres de France ou de 60 ſous à la taille de 16 $\frac{3}{5}$ au marc,

marc, du titre de 11 deniers de fin, vaut en Hollande, relativement à ſon titre & à ſon poids, 54 deniers de gros, en ſuppoſant le marc d'argent de France évalué à 22 florins 10 ſous de gros, qui repréſente 900 deniers de gros pour un écu de 60 ſous, le change eſt *au pair*.

Le *change de néceſſité* eſt celui qui ne ſuit point la parité de la valeur intrinſéque des monnoies ; mais qui reçoit en quelque ſorte ſon prix de l'abondance ou de la rareté des créances reſpectives des pays commerçans. La valeur de convenance des papiers repréſentatifs d'une monnoie étrangère dans une place de commerce, conſtitue ce que les négocians appellent le *cours du change* ; comme ce cours varie, & dépend du rapport qui ſe trouve entre les dettes & les créances réciproques des états, on peut regarder le change comme une eſpece de balance dont les différens

mouvemens indiquent de quel côté penche celle du commerce.

De deux places qui ont une correſpondance de commerce établie, l'une donne le *prix certain*, & l'autre *un prix incertain*. Paris donne, par exemple, le *prix certain* à Amſterdam, c'eſt-à-dire, un écu de change de 60 ſous, pour y recevoir un nombre indéterminé de deniers de gros *banco*. Le mot *banco* déſigne les monnoies de change qui ſouvent n'exiſtent pas en eſpece : telle eſt notre livre tournois, telle ſeroit notre piſtole, &c.

Paris donne le prix incertain à Hambourg, ou un nombre indéterminé de livres ou de ſous pour 100 mark-lubs banco.

Lorſqu'une place donne le prix certain, le change haut indique l'avantage, le change bas le déſavantage. Par exemple, le pair de notre écu étant avec Amſterdam de 54 deniers de gros,

ſi le change monte à 56 deniers de gros, la France gagne deux deniers de gros pour un écu de 60 ſous; s'il baiſſe à 53 deniers de gros, la France perd un denier de gros par écu de 60 ſous.

De même, la valeur intrinſéque du mark-lubs banco de Hambourg eſt de 1^{tt} 15ß 6^{d} de France: les 100 mark-lubs valent donc 177^{tt} 10ß de France. Ainſi le change de Paris avec Hambourg eſt au pair, lorſque Paris donne 177^{tt} 10ß pour 100 mark-lubs de Hambourg. Le change eſt avantageux, lorſque Paris ne donne que 174^{tt} pour 100 mark-lubs de Hambourg. Il eſt déſavantageux pour Paris, s'il donne 179^{tt} ou plus, pour 100 mark-lubs de Hambourg.

Il en eſt de même du change de Paris avec les autres places, & des autres places entr'elles, &c.

Pour faciliter l'intelligence de ces principes du change, nous donnons une

comparaiſon des monnoies étrangères, d'après la valeur intrinſéque que leur a aſſignée M. Pauſton dans ſa *Métrologie*, ſuivant leur poids & leur loi, avec la valeur qui réſulte du change convenu entre les banquiers & négocians; mais, pour plus de clarté, il faut obſerver encore que les négocians reſpectifs de deux états ſont convenus qu'une certaine pièce de monnoie de l'un de ces deux états demeureroit fixe dans le change, & y ſerviroit, pour ainſi dire, de module & d'étalon; tandis qu'un certain nombre de petites pieces moindres de la monnoie de l'autre état, réputé égal à peu près en valeur à la piece de monnoie du premier état, ſeroit variable, c'eſt-à-dire, ſeroit ſuſceptible du plus ou du moins. Par exemple, les négocians françois ſont convenus de donner toujours aux négocians anglois un écu de trois livres tournois pour un certain nombre de deniers ſterlings,

ordinairement pour 30 ; mais en même-tems les négocians reſpectifs des deux états ſe ſont réſervé la liberté de faire augmenter ou diminuer ce nombre de deniers ſterlings, 1°. à proportion de l'abondance ou de la rareté des lettres de change ; 2°. à proportion de l'abondance ou de la rareté de l'argent ; & 3°. à raiſon des prix d'égalité qui réſultent de la combinaiſon des changes dans les autres places.

La place qui donne toujours & invariablement une piece de ſa monnoie pour un nombre variable de petites pieces de moindre valeur d'une autre place, eſt dite *donner le certain* à cette place ; & la place qui donne un nombre indéterminé de petites pieces de ſa monnoie pour une piece ou un nombre fixe de pieces de monnoie d'une autre place, eſt dite donner *l'incertain* à cette place. Ainſi Paris donne le certain à Londres, parce que Paris donne invariablement

un écu de change de trois livres tournois, pour recevoir 29, 30, 30 $\frac{1}{16}$, 30 $\frac{1}{8}$, 30 $\frac{3}{16}$, 30 $\frac{1}{4}$, 30 $\frac{5}{16}$, 30 $\frac{3}{8}$, 30 $\frac{7}{16}$, 30 $\frac{1}{2}$, 31, &c. deniers ſterlings; & par la raiſon contraire, Londres donne l'incertain à Paris. Paris donne de même le certain à Amſterdam, Anvers, Milan, Turin & Veniſe, & chacune de ces places donne l'incertain à Paris. Cadix au contraire, Gènes, Genêve, Hambourg, Lille, Liſbonne, Livourne, Madrid & Rome donne le certain à Paris, & Paris leur rend l'incertain. Parmi quelques Négocians, c'eſt Liſbonne qui donne l'incertain à Paris, ce qui eſt d'ailleurs abſolument indifférent aux opérations des banquiers reſpectifs de ces deux villes.

Lorſque Paris tire ou cède une lettre de change ſur une place qui lui donne l'*incertain*, le plus haut change incertain lui eſt déſavantageux, & il eſt avantageux au contraire à la place ſur

laquelle Paris tire ſa lettre de change: de même, le plus bas prix du change *certain* eſt avantageux à Paris, & déſavantageux à la place ſur laquelle on tire; ce que l'on peut voir par des exemples. On ſuppoſe qu'un banquier de Paris ait 100 florins à tirer ſur Amſterdam; ces 100 florins valent 4000 deniers de gros: ſi donc le change eſt de 55 deniers de gros pour un écu de trois livres tournois, le banquier de Paris touchera la ſomme de 72 $\frac{8}{11}$ écus; mais ſi le change ſe fait à raiſon de 56 deniers de gros pour un écu, le banquier ne touchera que 71 $\frac{3}{7}$ écus. Si au contraire un banquier d'Amſterdam tire de Paris 100 écus, à raiſon de 54 deniers de gros pour un écu, il aura 135 florins; & s'il tire à raiſon de 56 deniers de gros, il touchera 140 florins. On prouvera, par un raiſonnement ſemblable, que le plus haut taux du change eſt avantageux à Paris, ou à toute autre place qui donne

l'*incertain*, & qu'il eſt déſavantageux à celle qui rend le *certain*.

Voici une table des changes de Paris, établis entre cette ville & pluſieurs places de commerce. Ces changes ſont tirés pour la plûpart de la Gazette des Banquiers, Négocians & Marchands, N°s. 21 & 22. M. Pauçton y a joint la comparaiſon qui réſulte des évaluations qu'il a faites des monnoies étrangères, ce que l'on voit par la troiſième & la quatrième colonne.

N. B. L'Ouvrage de M. Paucton intitulé *Métrologie* (un volume *in*-4°, 1780, à Paris, chez la veuve Deſaint), mérite d'être étudié par tous ceux qui font des poids, des meſures, des monnoies, &c. une étude particulière, ſoit pour les ſiècles modernes, ſoit pour ceux des Egyptiens, des Grecs & des Romains.

TABLE DU CHANGE COURANT.

Les villes ſuivantes donnent de leur monnoie,	*Paris donne de la ſienne*		*Si leſdites villes donnent*			*Paris donne*
	℔	ß	℔	ß	₰	℔
Amſterdam, 54 $\frac{5}{16}$ deniers de gros *banco* (agio p. $\frac{0}{0}$), c'eſt-à-dire, le change ſe tirant ſur 100℔....	3		103			100
Anvers, 56ß de gros de change...	3		101	7		100
Bilbao, 1 piaſtre courante.....	3	17 $\frac{1}{2}$	106	15	5	100
Cadix, 1 piaſtre courante.....	3	16 $\frac{1}{4}$	108	3	5	100
Gand, 56 gros de change.....	3		101	7		100

Gènes, 1 piaſtre de change de 115ß *fuori-banco*.....	4	13 $\frac{2}{3}$	106	19	5	100
Genève, 100^{tt} courantes.....	166	5	102	13	3	100
Hambourg, 25 $\frac{3}{4}$ß lubs-*banco*...	3		104	1	5	100
Lille, 96 deniers de gros.....	3		100			100
Lisbonne, 468 rés en or.....	3		104	12	3	100
Livourne, 1 piaſtre de 8 réaux...	4	17	102	13	3	100
Londres, 30 $\frac{7}{16}$ deniers ſterlings..	3		105	1	9	100
Madrid, 1 piſtole de change.....	15	9	104	6	3	100
Milan, 57 $\frac{1}{8}$ ſous impériaux.....	3		107	2	9	100
Rome, 1 ſcudo romano.....	5	3 $\frac{1}{4}$	105	17	7	100
Turin, 51 $\frac{3}{4}$ ſoldi.....	3		103	4	9	100
Veniſe, 61 ducats banco.....	300		103	1	9	100

On peut être surpris de voir par cette table, que Paris paroît rendre toujours moins aux places étrangères que ces places ne lui donnent; mais cela vient de plusieurs causes trop longues à déduire ici.

La théorie des changes étant établie sur la différence de la valeur des métaux monnoyés, & de ces mêmes métaux considérés comme marchandises, le pair du change devroit encore résulter de ce principe, ce qui n'a pourtant pas lieu dans la pratique: car si pour 3 livres le hollandois ne veut donner que 48 $\frac{3}{5}$ deniers de gros banco, & que le françois soit également fondé à en exiger 57, il s'ensuivra que le pair doit être la somme moyenne 52 $\frac{1}{4}$ peu plus. On trouve de cette manière que le pair entre Bruxelles & Paris devroit être de 55 $\frac{1}{2}$ deniers de gros de change pour 1 écu de trois livres; entre Londres & Paris, de 29 deniers sterlings pour un écu; entre

Livourne & Paris, d'une piaſtre de 8 réaux pour 4# 18ß, &c.

TABLE DU PAIR DES CHANGES.

Les villes ſuivantes donnent	*Paris donne*		
	#	ß	d
Amſterdam, 52 $\frac{3}{5}$ deniers de gros banco (agio 5 p. $\frac{0}{0}$).....	3		
Anvers, 55 $\frac{1}{4}$ deniers de gros de change...	3		
Bilbao, 1 piaſtre courante.....	4	2	9
Cadix, 1 piaſtre courante.....	4	2	9
Gand, 55 $\frac{1}{4}$ deniers de gros de change.....	3		
Gènes, 1 piaſtre de change *fuori banco*..	4	18	8
Genève, 100 livres courantes.....	170	14	

Les villes ſuivantes donnent	*Paris donne*		
	₶	ß	₰
Hambourg, 100 marcs lubs-*banco*.....	193	19	7
Lille, 96₰ de gros...	3		
Lisbonne, 447 $\frac{2}{5}$ rés en or..	3		
Lisbonne, 403 $\frac{3}{5}$ rés en arg..			
Livourne, 1 piaſtre de 8 réaux.....	4	19	7
Londres, 28 $\frac{24}{25}$₰ ſterl..	3		
Madrid, 1 piaſtre de change.....	4	2	9
Milan, 53 $\frac{8}{25}$ ſous impériaux.....	3		
Rome, 1 ſcudo romano.	5	9	4
Turin, 50 $\frac{13}{100}$ ſous....	3		
Veniſe, 59 $\frac{17}{100}$ ducats banco.....	300		
Vienne, 1 florin d'Empire.....	2	12	11

Change d'Amſterdam ſur Paris.

Les écritures ſe tiennent à Amſterdam en florins, en ſous & demi-ſous. Le florin vaut 20 *ſous de gros, le ſou de gros,* 2 *deniers de gros, de ſorte que le florin vaut* 40 *deniers de gros; le denier de gros vaut* 8 *penings.*

PROBLÊME. Un hollandois qui veut voyager en France, prend d'un banquier d'Amſterdam une lettre de change ſur Paris, de 3050^{tt} de France. Le change ce jour-là eſt à $56\frac{1}{8}$ deniers de gros pour l'écu de 3^{tt} ou de 60 ſous de France. Combien doit-il compter au banquier, d'argent d'Amſterdam, c'eſt-à-dire, de florins, de ſols & deniers de gros?

SOLUTION. On voit par l'état de la queſtion, que ce jour-là 3^{tt} de France exigent $56\frac{1}{8}$ de deniers de gros; on trouvera donc combien de deniers de gros il faudra pour 3050^{tt} par cette analogie: 3^{tt} : $56\frac{1}{8}$^{d} de gros :: 3050^{tt} : x^{d}

de gros = 570600 $\frac{5}{12}$ de gros, qui valent 1426 florins 10ß 0d $\frac{5}{12}$ de gros.

Change de Paris ſur Amſterdam, qui ſert de preuve.

PROBLÊME. Le cours du change eſt à 56 $\frac{1}{8}$ deniers de gros pour 3tt de France. On demande combien on aura de livres à Paris, pour une lettre de change priſe à Amſterdam de 1426 florins 10ß 0d $\frac{5}{12}$ de gros?

SOLUTION. On fera cette analogie déduite de l'état de la queſtion, 56 $\frac{1}{8}$d de gros : 3tt : : 1426 florins 10ß 0d $\frac{5}{12}$ = 57060d de gros $\frac{5}{12}$: xtt ; d'où

$$x = \frac{(57060\frac{5}{12}\text{d de gros}) \times 3^{tt}}{56\frac{1}{8}} =$$

3050tt.

Change de Londres ſur Paris.

Les écritures ſe tiennent à Londres en livres ſterlings, en ſous & deniers ſterlings. La livre ſterling, qui eſt

imaginaire, eſt comptée pour 20 ſchelings ou 20 ſous ſterlings, le ſcheling ou le ſou ſterling pour 12 deniers ſterlings. Ainſi la livre ſterling vaut 240 deniers ſterlings. Le pair de l'écu de France eſt de 30 deniers $\frac{1}{2}$ ſterlings.

PROBLÊME. Un anglois prend chez un banquier de Londres une lettre de change ſur Paris de 1200^{tt} ſterlings; le cours du change étant à 32 deniers ſterlings pour un écu de 3^{tt} de France, combien le banquier de Paris lui doit-il compter d'argent de France?

SOLUTION. Je réduis les 1200^{tt} ſterlings en deniers ſterlings, en multipliant 1200 par 240; j'ai 288000 deniers ſterlings: & je fais cette analogie, 32^{d} ſterlings : 3^{tt} :: 288000^{d} ſterlings : $x^{\text{tt}} = 27000^{\text{tt}}$. Le banquier de Paris doit donc payer 27000^{tt} au porteur de cette lettre de change.

PROBLÊME. Un ſeigneur françois prend chez un banquier de Paris une

lettre de crédit ou de change ſur Londres de 27000^{tt}; le cours du change étant à 32 deniers ſterlings pour un écu de 3^{tt}; que lui payera-t-on à Londres?

Solution. On fera cette analogie: 3^{tt} : 32^{d} ſterl. : : 27000^{tt} : x^{d} ſterl. = 288000^{d} ſterlings, qui valent 1200^{tt} ſterlings, ou 1142 guinées & 18 ſchelings, à raiſon de 21 ſous ſterlings pour la guinée.

Change de Madrid ſur Paris.

On tient les écritures à Madrid en réaux de plate nouvelle, dont les 8 forment une piaſtre courante. Paris donne l'incertain pour le certain à Madrid, c'eſt-à-dire, que Paris donne de 14 à 16^{tt} de France pour une piſtole de 32 réaux d'Eſpagne. Le pair eſt de 15^{tt} 19^{ß} 10^{d} $\frac{3}{5}$ de France pour une piſtole.

Problême. Un ſeigneur eſpagnol prend à Madrid une lettre ſur Paris de

12000^{tt} de France ; le change eſt à 14^{tt} 10^{ß} de France pour la piſtole d'Eſpagne de 32 réaux ; combien ce ſeigneur doit-il donner de piſtoles au banquier de Madrid ?

Solution. Si 14^{tt} 10^{ß} de France valent une piſtole d'Eſpagne ; combien 12000^{tt} donneront-elles de piſtoles d'Eſpagne ? On fera donc cette analogie, 14^{tt} 10^{ß} : 1 :: 12000^{tt} : x piſtoles $= \frac{12000^{\text{tt}}}{14^{\text{tt}}\ 10^{\text{ß}}} = \frac{24000}{29} =$ 820 piſtoles d'Eſpagne 22 réaux $\frac{2}{29}$.

Problême. Un miniſtre d'Eſpagne charge un particulier d'une négociation ſecrette, & lui donne une lettre de change ſur Paris de 820 piſtoles d'Eſpagne 22 réaux $\frac{2}{29}$; le cours du change étant ce jour-là à 14^{tt} 10^{ß} de France pour une piſtole d'Eſpagne de 32 réaux ; combien le banquier de Paris doit-il payer au porteur de cette lettre de change ?

SOLUTION. On dira, ſi une piſtole vaut 14^{tt} 10^{ß} de France, combien vaudront 820 piſtoles 22 réaux $\frac{2}{29}$? On voit que la queſtion ſe réduit à multiplier 14^{tt} 10^{ß} par le nombre abſtrait, ou conſidéré comme tel, 820 piſtoles 22 réaux $\frac{2}{29}$. On trouve pour produit 12000^{tt} que le banquier de Paris paiera au porteur de la lettre de change.

Change de Livourne ſur Paris.

On tient les écritures en piaſtres de 8 réaux. Paris & Lyon changent ſur Livourne, & donnent l'incertain pour le certain de Livourne, ſavoir, 90 à 95 ſous de France pour la piaſtre de 8 réaux de Livourne. Le pair pour cette piaſtre en argent de France, eſt de 96^{ß} 10^{d} $\frac{3}{4}$; le louis de France vaut 4 piaſtres 19 ſous 1 denier, & l'écu de 6^{tt} vaut 1 piaſtre 4^{ß} 7^{d}; la piaſtre vaut 20 ſous, le ſou 12 deniers de ſon eſpèce; la piaſtre, monnoie imaginaire,

vaut 5^{tt} 15^{ß}, *monnoie bonne courante à Livourne.*

PROBLÊME. Un italien veut faire toucher à un particulier de Paris une ſomme de 2460^{tt}; combien doit-il donner de piaſtres au banquier de Livourne pour avoir une lettre de change ſur Paris de 2460^{tt}, le cours du change ce jour-là étant à 92^{ß} $\frac{1}{2}$ pour une piaſtre de Livourne ?

SOLUTION. Par l'état de la queſtion, on voit que 92^{ß} 6^{d} = 4^{tt} 12^{ß} 6^{d} donne une piaſtre. Il s'agit donc de trouver combien on en aura pour 2460^{tt}. On fera donc cette analogie, qui ſe réduit à une diviſion complexe,

4^{tt} 12^{ß} 6^{d} : 1 piaſtre :: 2460 : x piaſtre =

$$\frac{2460}{4^{tt}\ 12^{ß}\ 6^{d}} = \frac{19680}{37} = 531 \text{ piaſtres}$$

de Livourne & $\frac{33}{37}$.

PROBLÊME. Un abbé part de Paris pour voyager en Italie. Il prend à Paris une lettre de change ſur Livourne de

531 piaſtres $\frac{33}{57}$; combien doit-il payer au banquier en livres de France, le change étant ce jour-là à $92^{ß}\ \frac{1}{2}$ pour une piaſtre de Livourne ?

SOLUTION. Puiſqu'une piaſtre de Livourne exige $92^{ß}\ 6^{d} = 4^{\#}\ 12^{ß}\ 6^{d}$, combien exigeront 531 piaſtres $\frac{33}{57}$? On voit que la queſtion ſe réduit à multiplier le nombre concret $4^{\#}\ 12^{ß}\ 6^{d}$ par l'abſtrait $531\ \frac{33}{57}$. On trouvera pour produit $2460^{\#}$ de France que cet abbé doit donner au banquier de Paris.

Change de Rome ſur Paris.

On tient à Rome les écritures en écus monnoie de bajocs. L'écu monnoie vaut 10 *jules ou paules ; le jule ou paule* 10 *bajocs, ainſi l'écu monnoie vaut* 100 *bajocs. On ne porte ſur les livres que l'écu monnoie & des bajocs ou bayoques : le bayoque vaut* $1^{ß}\ 0^{d}\ \frac{3}{5}$ *de denier de France : Rome donne un écu monnoie, pour environ* $103^{ß}$ *de*

France. Le pair eſt de 105ß *de France pour un écu monnoie à Rome.*

PROBLÊME. Le Nonce du Pape, voulant ſe rendre à la cour de France, prend chez un banquier de Rome une lettre de change ſur Paris de 6748 écus monnoie; le cours du change ce jour-là eſt à 103ß 6d pour l'écu monnoie romain; combien ce prélat recevra-t-il d'argent du banquier de Paris?

SOLUTION. On voit qu'il doit recevoir autant de fois 103ß 6d, ou 5# 3ß 6d qu'il a donné d'écu monnoie au banquier de Rome, ſavoir, 6748. Il ne s'agit donc que de multiplier 5# 3ß 6d par le nombre abſtrait 6748. Le produit 34770# 18ß eſt l'argent qu'il touchera à Paris.

PROBLÊME. Un chevalier françois, qui veut aller paſſer quelque tems à Rome, remet à un banquier de Paris 34770# 18ß pour une lettre de change ſur Rome; le cours du change étant de

5^{tt} 3ß 6^{d} pour un écu monnoie romain; combien doit-il recevoir à Rome?

SOLUTION. Il recevra autant d'écus monnoie à Rome que 5^{tt} 3ß 6^{d} ſont contenus de fois dans 34770^{tt} 18ß. En faiſant la diviſion, on trouve 6748 écus monnoie.

Change de Lisbonne ſur Paris.

On tient à Lisbonne les écritures en rés, dont 400 font la cruſade; Lisbonne donne 460 à 480 rés pour 3^{tt} de France; le pair eſt 458 rés de Portugal pour l'écu de 3^{tt} de France. Le louis d'or de France de 24^{tt} vaut 3600 rés; l'écu de 6^{tt} de France vaut 976 rés de Portugal.

PROBLÊME. Un portugais prend à Liſbonne une lettre de change ſur Paris de 2786978 rés; le cours du change étant ce jour-là à 472 rés pour 3^{tt} de France; combien le banquier de Paris doit-il payer argent de France?

SOLUTION.

SOLUTION. On voit par l'état de la queſtion, qu'il n'y a qu'à faire cette analogie, 472 rés : 3^{tt} : : 2786978 rés : $x^{tt} = \frac{8360934}{472} =$ 17713^{tt} 16^{ß} 10^{d} $\frac{176}{472}$. Ainſi le portugais recevra du banquier de Paris 17713^{tt} 16^{ß} 10^{d} $\frac{176}{472}$.

PROBLÊME. Un envoyé de France à Liſbonne, prend chez un banquier de Paris une lettre de change ſur Liſbonne de 17713^{tt} 16^{ß} 10^{d} $\frac{176}{472}$; le cours du change étant de 472 rés de Portugal pour 3^{tt} de France; combien l'envoyé recevra-t-il de rés à Liſbonne?

SOLUTION. On fera cette analogie, déduite de l'état de la queſtion, 3^{tt} : 472 rés : : 17713^{tt} 16^{ß} 10^{d} $\frac{176}{472}$: $x =$ $\frac{8360934}{3} =$ 2786978 rés.

On déterminera avec la même facilité le change direct d'une place avec une autre place, toutes les fois qu'on connoîtra le pair du change, ou la valeur intrinſéque des eſpèces qui ont cours dans ces places, ou celles dont

on fait la tenue des livres dans le change ; & cela par de ſimples régles de trois, ſouvent même par la multiplication ou par la diviſion ſimple ou complexe.

Du Change indirect.

Lorſque la ville où l'on prend une lettre de change, n'a point de *change ouvert*, c'eſt-à-dire, de change convenu, ou de correſpondance directe avec la ville où l'on veut recevoir la ſomme, il faut employer le *change indirect*. Ce change ſe fait en tirant la lettre de change ſur la ville la plus voiſine ayant *change ouvert* avec le tireur ; ce qui multiplie les frais, comme on le verra dans les exemples ſuivans.

On fera le *change indirect* avec facilité, à l'aide de la régle conjointe.

EXEMPLE I. Un banquier de Paris eſt chargé de faire paſſer 24000^{tt} à l'ambaſſadeur de France à Naples. Comme

Paris n'a pas de change ouvert avec Naples, il ſe ſert de Livourne. Suppoſons que le cours du change ce jour-là ſoit de 95ß = 4# 15ß de France pour une piaſtre de Livourne, & que 100 piaſtres valent 115 ducats de Naples; on trouvera combien le banquier de Livourne fera remettre de ducats & de grains à l'ambaſſadeur de France par ſon correſpondant de Naples, à l'aide de cette régle conjointe, ſi 4# 15ß de France... = 1 piaſtre de Livourne, ſi 100 piaſtres de Livourne,.. = 115 ducats de Naples, combien *x* ducats de Naples = 24000#?

D'où l'on réduit 4# 15ß × 100 × *x* = 115 × 24000, ou 475 *x* = 2760000, d'où *x* = 5810 ducats 52 grains $\frac{12}{19}$. L'ambaſſadeur recevra donc du banquier de Naples 5810 ducats 52 grains $\frac{12}{19}$.

Exemple II. Un ſeigneur napolitain, qui ſe propoſe de venir paſſer quelque tems à Paris, ſe procure d'un banquier

de Naples une lettre de change de 5810 ducats 52 grains $\frac{12}{19}$ par ſon correſpondant de Livourne ſur Paris; le cours du change étant ce jour-là de 115 ducats pour 110 piaſtres de Livourne, & d'une piaſtre de Livourne pour 4^{tt} 15^{ß} de France; combien le banquier de Paris doit-il payer à ce ſeigneur napolitain ?

Solution. On fera cette régle conjointe,

115 ducats de Naples = 100 piaſtres de Livourne, 1 piaſtre de Livourne = 4^{tt} 15^{ß} de France, combien x^{tt} de France = 5810 ducats 52 grains $\frac{12}{19}$ de Naples ?

D'où $115x = 100 \times 4^{\text{tt}}\ 15^{\text{ß}} \times 5810$ ducats 52 grains $\frac{12}{19}$, ou $115x = 2760000$, d'où $x = \frac{2760000}{115} = 24000^{\text{tt}}$. Le ſeigneur napolitain recevra donc à Paris 24000^{tt}. C'eſt la preuve du problême précédent. On invite les commençans à faire les multiplications complexes indiquées,

de même que les diviſions pour ſe rendre le calcul familier.

REMARQUE. Dans ce qu'on vient de dire ſur un change *direct* & *indirect*, on n'a point fait mention des droits du banquier, de ce qu'il exige pour la négociation ; cela dépend du plus ou du moins de fonds qu'il a dans les places ſur leſquelles on lui demande des lettres de change, ainſi que du plus ou du moins d'avidité qu'il a pour s'enrichir. A Paris, il prend ordinairement $\frac{1}{2}$ pour 100 pour l'intérieur du royaume ; ſouvent il ne prend rien, ſi la lettre qu'on lui demande eſt à un mois de terme ou plus, ſur-tout s'il eſt en avance avec ſon correſpondant.

Il eſt bon, relativement à la banque, de faire connoître la forme d'un compte de retour d'un billet proteſté & payé par intervention.

Compte de retour d'un billet tiré de Dijon par Paul sur Pierre, à la date du premier juin 1780, *protesté faute de paiement, & payé par intervention, pour l'honneur de la signature de Simon, l'un des endosseurs.*

A Paris, ce 4 *juin* 1780.

Capital du billet.....	1200#	
frais de protêt & intervention.....	3	4ß
provision, $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.....	6	
perte de négociation, 1 p. $\frac{0}{0}$.	12	
courtage, $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$	1	10
certificat d'agent-de-change, $\frac{1}{8}$ p. $\frac{0}{0}$.....	1	10
port de lettre double.....	1	4
montant.....	1225#	8ß

qu'il vous plaira acquitter à l'ordre de M. Germain, sans autre avis de

Votre très-humble & très-obéissant serviteur,

FABIER.

A Messieurs,

Messieurs Simon & Compagnie, Négocians, à Lyon.

Sur cette même feuille doit être le certificat de l'agent-de-change, qui atteſte avoir négocié à 1 p. $\frac{0}{0}$ de perte.

Après avoir parlé du rapport de la monnoie de France avec les monnoies étrangères, nous allons expoſer en faveur des négocians, celui des meſures ou poids de Paris avec ceux de différentes villes tant du Royaume que des pays étrangers, & donner différens exemples des applications qu'on en peut faire aux ſpéculations du commerce.

TABLE du rapport de 100 *aunes de Paris, avec les meſures qui ſont en uſage dans les places ſuivantes :*

L'aune de Paris eſt de 3 pieds 7 pouces 8 lignes du pied de Roi; ainſi l'aune de Paris eſt de 524 lignes. *Dit* ſignifie *méme.*

100 *aunes de Paris font*	*Noms des meſures,*	*Noms des Places,*
173 ½.....	aunes.....	Amſterdam.
171 ¾.....	aunes.....	Anvers.
100.....	aunes.....	Arrau.
209 ½.....	braches.....	audit Arrau.
208 ¾.....	aunes.....	Auguſte, *ou* Augſbourg.
60.....	cannes.....	Avignon.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des mesures,*	*Noms des Places,*
72 $\frac{1}{4}$.....	canes.....	Barcelone.
208 $\frac{2}{4}$.....	aunes.....	Bâle.
178 $\frac{3}{4}$.....	brasses.....	Bergame.
216 $\frac{2}{3}$.....	braches.....	Berne.
185 $\frac{1}{4}$.....	brasses pour les étamines.	Bologne.
229.....	brasses, dites crêpes.....	audit Bologne.
217 $\frac{1}{4}$.....	aunes.....	Breslau.
100.....	aunes.....	Brouck.
209 $\frac{1}{2}$.....	braches.....	audit Brouck.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des mesures,*	*Noms des Places,*
171 $\frac{1}{4}$....	aunes.....	Bruxelles.
138 $\frac{1}{4}$....	varres.....	Cadix.
159 $\frac{1}{2}$....	aunes	Cambrai.
208 $\frac{3}{4}$....	aunes.....	Cologne.
178.....	pics.....	Conſtantinople.
194 $\frac{3}{4}$....	aunes.....	Coppenhague.
210 $\frac{1}{4}$....	aunes.....	Dantzick.
130.....	verges.....	Dublin.
130.....	verges.....	Edimbourg.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des mesures,*	*Noms des Places,*
49 $\frac{3}{4}$.....	cannes.....	Florence.
199.....	brasses.....	audit Florence.
208 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Francfort.
149 $\frac{1}{4}$.....	aunes pour les toiles....	Saint-Gall.
194 $\frac{3}{4}$.....	*Idem*, laines.....	audit Saint-Gall.
53.....	cannes pour les draps...	Gènes.
59 $\frac{1}{2}$.....	*Idem*, toiles.....	audit Gènes.
204 $\frac{1}{2}$.....	brasses, soieries.....	audit Gènes.
476 $\frac{1}{4}$.....	palmes de Hollande....	audit Gènes.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des meſures,*	*Noms des Places,*
104.....	aunes pour les toiles en détail.....	Genève.
100.....	aunes pour les draps & toiles en gros.....	audit Genève.
208 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Hambourg.
208 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Konigſberg.
208 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Leipſick.
100.....	aunes.....	Lentſbourg.
190 $\frac{1}{2}$.....	braches.....	audit Lentſbourg.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des meſures,*	*Noms des Places,*
216 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Liége.
167 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Lille.
105 $\frac{3}{4}$.....	barres.....	Liſbonne.
173 $\frac{1}{2}$.....	cavidos.....	audit Liſbonne.
49 $\frac{3}{4}$.....	cannes.....	Livourne.
199.....	braſſes.....	audit Livourne.
130.....	verges.....	Londres.
100.....	aunes.....	audit Londres.
111 $\frac{1}{9}$.....	aunes.....	Lauſanne.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des mesures,*	*Noms des Places,*
102 $\frac{1}{2}$.....	aunes, rapport.....	Lyon.
101.....	par l'usage.....	audit Lyon.
138 $\frac{3}{4}$.....	varres.....	Madrid.
174 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Malines.
60.....	cannes.....	Marseille.
100.....	aunes.....	audit Marseille.
59.....	cannes.....	Messine.
177.....	brasses pour les laines...	Milan.
222 $\frac{3}{4}$.....	brasses pour les soiries...	audit Milan.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des meſures,*	*Noms des Places,*
60.....	cannes.....	Montpellier.
100.....	aunes.....	audit Montpellier.
85 $\frac{3}{4}$.....	aunes.....	Nantes.
101 $\frac{1}{2}$.....	aunes.....	Naples.
53 $\frac{3}{4}$.....	cannes.....	audit Naples.
107.....	aunes.....	Neufchâtel.
173 $\frac{1}{2}$.....	aunes.....	Nuremberg.
175 $\frac{1}{2}$.....	aunes.....	Oſnabruck.
59.....	cannes.....	Palerme.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des mesures,*	*Noms des Places,*
173 ½ ...	cannes pour les draps....	Rome.
54 ¼.....	cannes pour les toileries.	udit Rome.
175.....	pics.....	Smyrne.
199.....	aunes.....	Stockholm.
208.....	aunes	Schwitz.
66 ½.....	cannes.....	Toulouſe.
100.....	aunes.....	udit Toulouſe.
197 ½.....	ras.....	Turin.
128 ¾.....	barres.....	Valence.
178.. ...	braſſes pour les draperies.	Veniſe.

100 *aunes de Paris font*	*Noms des meſures,*	*Noms des Places,*
190 ½.....	brailles pour les étoffes d'or, d'argent, toiles.	audit Veniſe.
100.....	aunes pour les draperies..	Vevay.
106 ⅔.....	aunes pour les toiles.....	audit Vevay.
208.....	aunes.....	Underval.
60.....	cannes.....	Uzès.
100.....	aunes.....	audit Uzès.
100.....	aunes.....	Zoffingue.
209 ½.....	braches.....	audit Zoffingue.
100.....	aunes.....	Zurich.
190 ½.....	braches.....	audit Zurich.

PROBLÊME I. *Déterminer combien* 200 *aunes d'Amſterdam valent d'aunes de Paris.*

SOLUTION. On voit par cette Table que 173 aunes $\frac{1}{2}$ d'Amſterdam valent 100 aunes de Paris. On fera donc cette analogie,

173 $\frac{1}{2}$: 100 :: 200 aunes : x = 115 aunes $\frac{1}{2}$ environ de Paris.

PROBLÊME II. *Combien* 100 *aunes d'Amſterdam ſont-elles de cannes d'Avignon ?*

SOLUTION. On ſait que 173 aunes $\frac{1}{2}$ d'Amſterdam valent 100 aunes de Paris, & que 100 aunes de Paris valent 60 cannes d'Avignon ; on fera donc cette régle conjointe,

173 aunes $\frac{1}{2}$ d'Amſterdam = 100 aunes de Paris ; 100 aunes de Paris = 60 cannes d'Avignon ; x cannes d'Avignon = 100 aunes d'Amſterdam, d'où 173 $\frac{1}{2}$ × 100 x = 100 × 60 × 100 ; d'où 173 $\frac{1}{2}$ ×

$x = 100 \times 60$, d'où $x = \frac{6000}{173\frac{1}{2}} =$ 34 cannes d'Avignon, & $\frac{202}{347}$, ou ſimplement 34 cannes $\frac{1}{2}$ d'Avignon ; ainſi des autres.

Problème III. *Déterminer, à l'aide de la Table précédente, combien 835 aunes de Francfort valent de verges d'Edimbourg.*

Solution. Si l'on fait attention qu'on trouve dans la Table que 100 aunes de Paris valent 208 $\frac{3}{4}$ aunes de Francfort, & que 100 aunes de Paris valent 130 verges d'Edimbourg. On trouvera donc par une ſimple régle de trois directe combien 835 aunes de Francfort valent de verges d'Edimbourg, en diſant, $208\frac{3}{4} : 130 :: 835 : x = 520$ verges d'Edimbourg. On n'a donc pas beſoin de recourir à la régle conjointe pour réſoudre ces ſortes de queſtions.

TABLE du rapport de 100 *pesant de Paris, avec les poids des Places ci-après.*

La livre de Paris est composée de 16 onces poids de marc; l'once de 8 gros, le gros de 3 deniers; le denier de 24 grains: ainsi la livre est de 9216 grains.

100 *livres de Paris font,*	
100	Amsterdam.
105 ½	Anvers.
102 ½	Arau.
103	Augsbourg.
120	Avignon.
100	Bâle.
169 ½ poids subtil.	Bergame.
68 grand poids.	audit Bergame.
98	Berne.
100	Besançon.
151 ½	Bologne.
125	Breslau.
105	Bruxelles.

100lb *de Paris font*,	
107	Cadix.
104	Cologne.
87	Conſtantinople.
101 ¼	Coppenhague.
112 ½	Dantzick.
97	Dublin.
97	Edimbourg.
144 ¼	Florence.
98	Francfort.
98	Saint-Gall.
90 ¾ gros poids	Gènes.
100 poids caiſſe	audit Gènes.
144 groſſe balance	audit Gènes.
155 ¼ balance lég.	audit Gènes.
88 ¾	Genève.
102	Hambourg.
125	Konigſberg.
99	la Rochelle.
105	Léipſick.
94	Lentſbourg.

100lb *de Paris font*,	
105	Liége.
114	Lille.
113 ½	Liſbonne.
114 ¼ poids léger	Livourne.
95 gros poids	audit Livourne.
109 quintal 112	Londres.
116 poids de ville	Lyon.
106 ⅔ poids de ſoie	audit Lyon.
114	Madrid.
105	Malines.
123 ½	Marſeille.
120 poids courant	audit Marſeille.
154 poids léger	Meſſine.
70 ¾ gros poids	audit Meſſine.
168	Milan.
120	Montpellier.
99	Nantes.
169 ½ poids ſubtil	Naples.
68 gros poids	audit Naples.
94 ½	Neuchâtel.

100lb *de Paris font,*	
96	Nuremberg.
154 poids léger	Palerme.
70 ¾ gros poids	audit Palerme.
140	Rome.
100	Rotterdam.
100 poids de marc	Rouen.
96 p. de Vicomté	audit Rouen.
87 rottes	Smirne.
117	Stockholm.
118	Toulouſe.
133 ⅓	Turin.
158 ½	Valence.
164 ½ poids ſubtil	Veniſe.
104 gros poids	audit Veniſe.
102 ½	Zoffingue.
93 ⅓	Zurich, Zurzach.

PROBLÊME. Déterminer, 1°. combien 456 ¾ livres de Conſtantinople valent de livres de Paris.

2°. Combien 572 livres de Cologne valent de livres de Francfort.

SOLUTION. 1°. Puiſqu'on trouve dans la Table que 100 livres de Paris valent 87 livres de Conſtantinople, on fera cette analogie :

$87 : 100 :: 456\frac{3}{4} : x = 525$ livres, ce qui fait voir que 456 livres $\frac{3}{4}$ de Conſtantinople, valent 525 livres de Paris.

2°. Puiſque 100 livres de Paris valent 104 livres de Cologne & 98 livres de Francfort, il faut que 104 livres de Cologne vaillent 98 livres de Francfort. On trouvera combien les 572 livres de Cologne valent de livres de Francfort par cette analogie,

$104 : 98 :: 572 : x = 539$ livres de Francfort ; ainſi des autres.

TABLE du rapport du ſetier de grains de Paris, peſant 240lb, avec les différentes meſures des Places de commerce ci-aprés.

Le muid de bled de Paris pèſe 2880 livres, & contient 12 ſetiers, chacun de 240 livres, poids de marc, de 16 onces chaque livre;
Le ſetier eſt compoſé de 2 mines, de 120 livres;
La mine de 2 minots, chacun de 60 livres;
Le minot de trois boiſſeaux, chacun de 20 livres;
Le boiſſeau de 4 quarts, chacun de 5 livres;
Le quart de 4 litrons, chacun de 1 livre 4 onces.
Le litron contient 36 pouces cubes.

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
5 ſet. font..	6 ſetiers..... Abbeville, un pèſe	200lb
42 $\frac{2}{3}$.....	100 ſetiers..... Agde. dont un pèſe	104
19.....	33 $\frac{1}{2}$ ſacs..... Agen.....	136

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
165.....	100 cahis.....Alicante.....	
19.....	25 ſetiers.....Albi.....	182
1.....	14 boiſſeaux....Amboiſe.....	17
1.....	4 $\frac{2}{3}$ ſetiers.....Amiens.....	51
19.....	1 laſt.....Amſterdam	4560
19.....	32 $\frac{1}{4}$ viertels....Anvers.....	141
1.....	9 $\frac{1}{2}$ boiſſeaux. .Arnay-le-Duc....	25
1.....	5 boiſſeaux....Aubeterre	48
1.....	4 boiſſeaux....Auvai.....	60
2 $\frac{1}{2}$.....	1 émine.....Auxonne.....	640

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
48 un peu moins..	100 carteres.....Barcelone.....	150
1.....	3 $\frac{1}{6}$ mines.....Baugency.....	75
19.....	36 ſacs.....Bayonne.....	126
12 $\frac{2}{3}$	1 tonneau.....Beauvais.....	3040
1 $\frac{1}{3}$	1 bichet.....Bellegarde.....	320
3 $\frac{1}{2}$	une pipe.....Bergerac	840
1.....	6 $\frac{5}{6}$ meſures...Beſançon	35
43 $\frac{2}{3}$	100 ſetiers .....Beziers.....	104
1.....	20 boiſſeaux....Blois.....	12

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
9.....	8 ſetiers.....Boulogne.....	270
19.....	38 boiſſeaux....Bordeaux.....	120
1 $\frac{1}{3}$.....	une quartal.....Bourg.....	320
19.....	32 $\frac{1}{2}$ viertels....Breda.....	136
437.....	24 laſts.....Brême.....	4370
9.....	1 tonneau.....Breſt.....	2160
1.....	11 carſes.....Briare.....	21
19.....	33 $\frac{1}{3}$ ſacs.....Cadillac.....	136
19.....	50 fanegas.....Cadix.....	91
19.....	100 quartes.....Cahors.....	45

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*		*Poids d'une meſure.*
13.....	12 ſetiers.....	Calais.....	260
19.....	35 ſetiers.....	Carcaſſonne.....	130
54.....	100 ſacs.....	Caſtelgeloux.....	129
3 $\frac{1}{2}$.....	une pipe.....	Caſtelmoron.....	840
19.....	41 $\frac{1}{2}$ ſetiers.....	Caſtelnaudary....	109
75.....	100 ſetiers.....	Caſtres.....	180
43 $\frac{2}{3}$.....	100 ſetiers.....	Cette.....	104
6.....	5 bichets.....	Châlons-ſur-Saône.	288
1.....	8 boiſſeaux....	la Charité.....	30
1.....	7 boiſſeaux....	Charlieu.....	34

Seriers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
1.....	6 $\frac{1}{3}$.....Charolles.....	37
1.....	7 boiſſeaux....Châteauneuf-ſur-L.	34
19.....	34 $\frac{1}{2}$ ſacs.....Clerac.....	132
19.....	41 ſacs.....Condom.....	111
19.....	42 tonnes.....Coppenhague	108
1.....	3 $\frac{2}{3}$ ſacs.....Corbie.....	65
19.....	un laſt.....Dantzick.....	4560
19.....	36 muddes.....Deventer.....	126
12.....	18 mines.....Dieppe.....	160
19.....	30 $\frac{1}{2}$ raſieres....Dixmude.....	149

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
19.....	10 $\frac{1}{4}$ quarteau...Dublin.....	444
19.....	18 raſieres.....Dunkerque.....	253
19.....	10 $\frac{1}{4}$ quarteau...Edimbourg.....	444
19.....	40 ſacs.....Fleſſingue.....	114
19.....	28 $\frac{1}{2}$ ſacs.....Fronſac.....	160
67.....	100 ſacs.....Fronton.....	160
19.....	21 ſetiers.....Gaillac.....	217
19.....	56 halſters.....Gand.....	81
82 $\frac{1}{2}$.....	100 émines.....Gènes.....	198
81.....	160 coupes.....Genève.....	121 $\frac{1}{2}$

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
1.....	9 $\frac{3}{5}$ carſes.....Gienort.....	25
19.....	22 raſieres.....Gravelines.....	207
247.....	12 laſts.....Hambourg.....	4940
19.....	38 ſacs.....Harlem, *Holl*....	120
1.....	5 $\frac{1}{4}$ boiſſeaux..Havre-de-Grace..	45
12.....	un tonnneau....Hennebon.....	2280
19.....	un laſt.....Konigſberg.....	4560
10.....	un tonneau.....Lanion.....	2400
9.....	un tonneau.....la Rochelle.....	2160
19.....	21 ſetiers.....Lavour.....	217

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
19.....	35 ſacs.....Libourne.....	130
19.....	96 ſetiers.....Liége.....	47
19.....	38 raſieres.....Lille.....	120
19.....	216 alquieres....Liſbonne.....	21
1.....	2 ſacs.....Livourne.....	120
19.....	95 cheptels.....Lubeck.....	48
19.....	10 $\frac{1}{4}$ quartiers...Londres.....	444
19.....	27 muddes.....Louvain.....	168
5.....	4 ânées.....Lyon.....	300
5.....	3 ânées.....Mâcon.....	400

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
39 ½.....	100 fanégas.....Malaga.....	95
19.....	34 ½ viertels....Malines.....	132
9.....	un tonneau.....Marans.....	2160
109 ½.....	100 charges.....Marſeille.....	262
19.....	41 ½ ſacs.....Middelbourg.....	109
57.....	100 boiſſeaux....Mirebeau.....	136
19.....	30 ſacs.....Moiſſac.....	152
62 ½.....	100 ſacs.....Montauban.....	150
1.....	3 ſetiers.....Montpellier.....	80
9 ½.....	un tonneau.....Morlaix.....	2280

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
9 $\frac{1}{3}$.....	un tonneau.....Nantes.....	2240
1.....	3 tomolis.....Naples..... la Pouille..... la Calabre.....	80
48 un peu moins.	100 ſetiers.....Narbonne.....	115
19.....	33 $\frac{1}{3}$ ſacs.....Nerac.....	136
1.....	8 boiſſeaux....Nevers.....	30
27 $\frac{1}{2}$.....	100 ſtaras.....Nice, *Comté*.....	66
19.....	17 $\frac{1}{2}$ raſſeres....Nieuport.....	260

Setiers de Paris.	*Nombres des mesures de chaque Place.*	*Poids d'une mesure.*
19.....	21 $\frac{3}{4}$ mouvers...Nimégue.....	209
2 $\frac{1}{2}$.....	un muid.....Orléans.....	600
1.....	5 boisseaux....Périgueux.....	48
165.....	100 minettes.... Piémont.....	396
12 $\frac{1}{4}$.....	un tonneau.....Port-Louis.....	2940
9 $\frac{1}{2}$.....	un tonneau.....Quibron.....	2280
12 $\frac{1}{4}$.....	un tonneau.....Quimperlay.....	2940
19.....	17 setiers.....Rabastens.....	268
20 $\frac{2}{3}$.....	25 setiers.....Réalmont.....	198
19.....	25 sacs.....Réalville.....	182

Setiers de Paris.	*Nombres des mesures de chaque Place.*	*Poids d'une mesure.*
9 $\frac{2}{3}$.....	un tonneau.....Redon, *Bretagne.*	2320
9 $\frac{1}{2}$.....	un tonneau.....Rennes.....	2280
19.....	46 loopens.....Riga.....	99
19.....	29 ſacs.....Rotterdam.....	157
1.....	8 boiſſeaux....Rouane.....	30
7.....	6 ſetiers.....Rouen.....	280
19.....	29 quartieres...Royan.....	157
3.....	une émine .....S. Jean-de-Laune.	720
10.....	un tonneau.....Saint-Brieux.....	2400
9 $\frac{1}{2}$.....	un tonneau.....Saint-Malo.....	2280

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
19.....	22 $\frac{1}{2}$ raſieres,...Saint-Omer.....	202
1.....	1 ſetier.....Saint-Valery.....	240
1.....	3 eſteriaux.....Sardaigne.....	80
1.....	1 ſetier.....Saumur	240
57 moins...	100 muids.....Schaffouſe	136 $\frac{3}{4}$
19.....	50 fanégas.....Séville.....	91
1.....	1 $\frac{3}{4}$ ſalmes.....Sicile.....	137
1.....	1 $\frac{1}{2}$ réſal.....Straſbourg.....	160
19.....	23 tonnes.....Stockholm.....	198
1.....	9 $\frac{3}{5}$ carſes.....Sully.....	25

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
3.....	5 ſacs.....Talmont.....	144
19.....	15 muddes.....Tongres.....	304
49.....	100 ſacs.....Tonniens	117
114 $\frac{1}{2}$.....	100 charges.....Toulon.....	275
19.....	26 ſeptiers .....Toulouſe.....	175
1.....	3 $\frac{13}{16}$ quart.....Vauvillon	63
12.....	25 ſacs.....Tournon.....	115
1 $\frac{3}{4}$.....	un bichet .....Tournus.....	384
1.....	14 boiſſeaux....Tours.....	17
2 $\frac{1}{3}$.....	un caſſis.....Tunis.....	560

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
62 $\frac{1}{3}$.....	100 ſacs.....Valence.....	150
139 $\frac{3}{4}$.....	100 caſſis..... ..Valence, *Eſp*....	335
10.....	un tonneau.....Vannes.....	2400
1.....	2 ſtaros.....Veniſe.....	120
1 $\frac{1}{4}$.....	1 bichet.....Verdun	300
1.....	4 quartes.....Véſoul.....	60
19.....	25 muddes .....Utrecht.....	182
1.....	6 émines.....Blamont.....	40
1.....	5 $\frac{5}{9}$ émines....Belfort.....	43
1.....	1 $\frac{1}{2}$ réſal.....Colmar.....	160

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
1.....	8 $\frac{8}{9}$ émines....Dijon.....	27
1.....	4 émines.....Dole	60
1.....	6 meſures.....Gray.....	40
1.....	3 $\frac{5}{12}$ quart.....Favernay.....	70
1.....	6 émines.....Héricourt.....	40
1.....	3 $\frac{5}{12}$ quart.....Luxeuil.....	70
1.....	4 émines..... Pontarlier	60
1.....	6 émines.....Montbelliard.....	40
1.....	4 quart. .....Port-ſur-Saône...	60
1.....	3 $\frac{5}{12}$ quart.....Saint-Loup.....	70

Setiers de Paris.	*Nombres des meſures de chaque Place.*	*Poids d'une meſure.*
1.....	4 émines.....Salins.....	60
1.....	5 $\frac{1}{5}$ émines....Villiers-le-Sec...	45
1.....	1 $\frac{11}{14}$ réſal.....Hagueneau.....	165
1.....	1 $\frac{4}{9}$ *idem*.....Fort-Louis.....	161
1.....	1 $\frac{3}{8}$ maldre....Landau.....	174
1.....	1 $\frac{4}{9}$ réſal.....Huningue.....	163
1.....	1 $\frac{5}{8}$ émines....Langres.....	148
1.....	1 $\frac{3}{8}$ réſal.....Nancy.....	174
1.....	2 $\frac{4}{9}$ quartes....Metz.....	93

Problême. *Déterminer* 1°. *combien* 178 *ânées de Lyon font de ſetiers de Paris.*

2°. *Combien* 150 *muids d'Orléans valent de laſts d'Amſterdam.*

Solution. 1°. On trouve dans la Table que 4 ânées de Lyon valent 5 ſetiers de Paris. On fera donc cette analogie,

$4 : 5 :: 178 : x = 222$ ſetiers $\frac{1}{2}$.

En effet, l'ânée peſe 300 livres. Les 178 peſent 5340lb. Le ſetier de Paris peſe 240lb; les 222 $\frac{1}{2}$ ſetiers de Paris valent un muid d'Orléans. On trouvera combien les 150 muids d'Orléans valent de laſts d'Amſterdam par cette régle conjointe,

1 laſt. = 19 ſetiers,
$2\frac{1}{2}$ ſet. = 1 muid;
150 muids = x laſts d'Amſterdam.

En multipliant, on aura $19x = 150 \times 2\frac{1}{2} = 375$; d'où $x = 19\frac{14}{19}$ laſts d'Amſterdam. En effet, 150 muids peſent

90000^{lb}, & 19 lasts $\frac{14}{19}$ pesent aussi 90000^{lb}. Ainsi des autres.

Autre exemple.

Combien 300 setiers de Rouen font-ils de tonneaux de Vannes?

On trouve dans la Table

1 tonneau.... = 10 setiers de Paris,

7 set. de Paris = 6 set. de Rouen.

300 set..... = x tonn. de Vannes;

d'où $60x = 2100$, d'où $x = 35$ tonneaux de Vannes. En effet, 35 tonneaux pesent 84000^{lb}; 300 setiers de Rouen pesent aussi 84000^{lb}.

PROBLÊME. *Lorsque le bled vaut* 24st *le setier, on a* 12^{lb} *de pain pour* 30^{s}; *lorsque le bled vaudra* 38st, *combien coûteront* 10^{lb} *de pain?*

SOLUTION. On voit par l'état de la question que le prix 24st du setier de bled, & les 12^{lb} de pain, sont la cause de la dépense 30^{s}; & que le prix 38st du setier, & 10^{lb} de pain sont la cause

de la dépenſe qu'on cherche. Il faut donc faire cette analogie ou régle de trois,

$24^{tt} \times 12^{tb} : 30^{s} :: 38^{tt} \times 10^{tb} : x =$ $36^{s}\ 6^{d}$, prix de 10^{tb} de pain, lorſque le ſetier vaudra 38^{tt}.

Problême. *Lorſque le ſetier de bled vaut* 38^{tt}, *on a* 10^{tb} *de pain pour* $39^{s}\ 7^{d}$; *lorſque le ſetier de bled ne vaudra que* 24^{tt}, *combien aura-t-on de pain pour* 30^{s}.

Solution. J'obſerve que par l'état de la queſtion, le prix 38^{tt} du ſetier de bled, & les 10^{tb} de pain ſont la cauſe de la dépenſe $39^{s}\ 7^{d}$; & que le prix 24^{tt} du ſetier, & la quantité de pain qu'on cherche ſont la cauſe de la dépenſe 30^{s}; il faut donc faire cette analogie,

$38 \times 10 : 39^{s}\ 7^{d} :: 24 \times x$ pain $: 30$; mais dans toute proportion, le produit des extrêmes eſt égal à celui des moyens; on aura donc $39^{s}\ 7^{d} \times 24 \times x = 38 \times$

$10 \times 30 = 11400$, ou $288\,x = 11400$; d'où $x = \frac{11400}{288} = 12^{\text{lb}}$ de pain qu'on aura pour 30^{s}, lorſque le ſetier de bled ſera à 24st; c'eſt la preuve du problême précédent.

PROBLÊME. *Lorſque la meſure de bled vaut* $5^{\text{st}} = 100$ *ſous, la livre de pain coûte* $3^{\text{s}}\ 4^{\text{d}}$; *combien coûtera la livre de pain, lorſque la meſure de bled ne vaudra que* $3^{\text{st}}\ 15^{\text{s}} = 75^{\text{s}}$.

SOLUTION. On voit par l'état de cette queſtion que plus la meſure de bled eſt chère, plus la livre de pain doit coûter. On fera donc cette analogie.

$100^{\text{s}} : 3^{\text{s}}\ 4^{\text{d}} :: 75^{\text{s}} : x = 2^{\text{s}}\ 6^{\text{d}}$, valeur de la livre de pain, lorſque la meſure de bled coûtera $3^{\text{st}}\ 15^{\text{s}}$.

PRINCIPE. Pour faire les ſpéculations en marchandiſes, il faut ſavoir, 1°. le rapport que le poids ou la meſure de la ville d'où l'on veut tirer les marchandiſes, a avec le poids ou la meſure de la ville pour laquelle on les deſtine;

2°. le prix de l'achat; 3°. le prix du change auquel on peut payer; 4°. les frais juſqu'en magaſin; 5°. enfin le prix auquel on peut vendre ces marchandiſes, pour le comparer avec celui auquel elles reviendroient, & juger parlà ſi la ſpéculation eſt avantageuſe ou non.

Application. Un négociant de Paris auquel on écrit de Cadix, qu'on pourroit avoir la cochenille à 80 ducats de 11 réaux l'arobe qui pèſe 26 livres & demie de Paris, veut ſavoir à combien lui reviendra la livre, s'il en fait les fonds à 15^{tt} la piſtole, & s'il y a 20^{tt} pour 100 de frais. Il doit faire la régle conjointe ci-après.

26 $\frac{1}{2}$ de Paris.....	1 arobe,		
1 arobe coûte...	80 ducats,		
1 ducat vaut....	11 réaux,		
32 réaux valent..	1 piſtole de chan.		
1 piſtole de chan-	15^{ff} argent de Fran-		
ge vaut....	ce.		
100^{ff} ſans frais val..	120^{ff} y compris les frais.		

combien de x^{ff} coûtera 1^{lb} de Paris, de cochenille ?

Si l'on multiplie ces deux colonnes par la régle conjointe, on aura $26\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 32 \times 1 \times 100 \times x = 1 \times 80 \times 11 \times 1 \times 15 \times 120 \times 1$; diviſant enſuite la ſeconde par la première, &c. d'où

$$x = \frac{495}{26\frac{1}{2}} = \frac{990}{53}, \text{ d'où } x = 18^{\text{ff}}\ 13^{\text{ß}}\ 7^{\text{d}}\ \frac{1}{53},$$

c'eſt-à-dire, que la livre de cochenille reviendra, rendue dans le magaſin à Paris, à 18^{ff} 13^{ß} 7^{d} $\frac{1}{53}$. Ainſi, ſi le Négociant de Paris trouve le débit de cette cochenille à 19, à 20^{ff} la

la livre, ou plus, il pourra en faire emplette.

Autre application. Un négociant de Lyon à qui on donne le même avis, veut ſavoir à combien la livre, poids de ville, lui reviendra, ſi l'on tire de Cadix ſur Lyon à 75ß pour une piaſtre, & s'il y a 15ℓ pour 100 de frais, il doit faire cette régle conjointe,

Si 116ℓb de Lyon valent 100ℓb de Paris;
26 ½ de Paris val., 1 arobe,
1 arobe vaut.... 80 ducats,
1 ducat vaut.... 11 réaux,
8 réaux valent.. 1 piaſt. de change,
1 piaſt. de change 75ß de France,
20ß de France val. 1ℓ,
100ℓ ſans frais val.. 115ℓ avec frais,
à comb. x reviendra 1ℓb peſant de Lyon cochenille.

Par la régle conjointe on trouvera $x = \frac{94875}{6148} = 15ℓ\ 8ß\ 7ᵈ\ \frac{989}{1537}$, valeur de la livre de cochenille, rendue dans le magaſin, poids de Lyon.

Autre application. Un négociant de Genève à qui on donne avis de Cadix que l'arobe de cochenille pesant 26lb ½ poids de Paris, coûte 80 ducats de 11 réaux, desire savoir combien lui reviendra la livre en faisant les fonds en papiers sur Amsterdam qu'il pourroit avoir à 92 deniers de gros pour 3# de Genève qu'il remettroit à son correspondant de Cadix, qui les négocieroit à 97 deniers pour un ducat, & que les frais seroient de 19 pour 100.

Il doit faire cette régle conjointe,

88lb ¼ poids de Genève valent... 100lb poids de Paris,
26lb ½ p. de Par. v. 1 arobe de Cadix,
1 arobe coûte.... 80 ducats,
1 ducat vaut .... 11 réaux,
1 réal vaut..... 34 maravédis,
375 maravédis val.. 1 ducat de chang.
1 duc. de ch. vaut 97 deniers de gros,
92d. de gros valent 3# de Gen. cour.
100# de Geneve sans frais valent... 119 avec frais;

à combien x^{tt} avec } 1^{lb} pesant de Gefrais reviendra. } nève de cochenille.

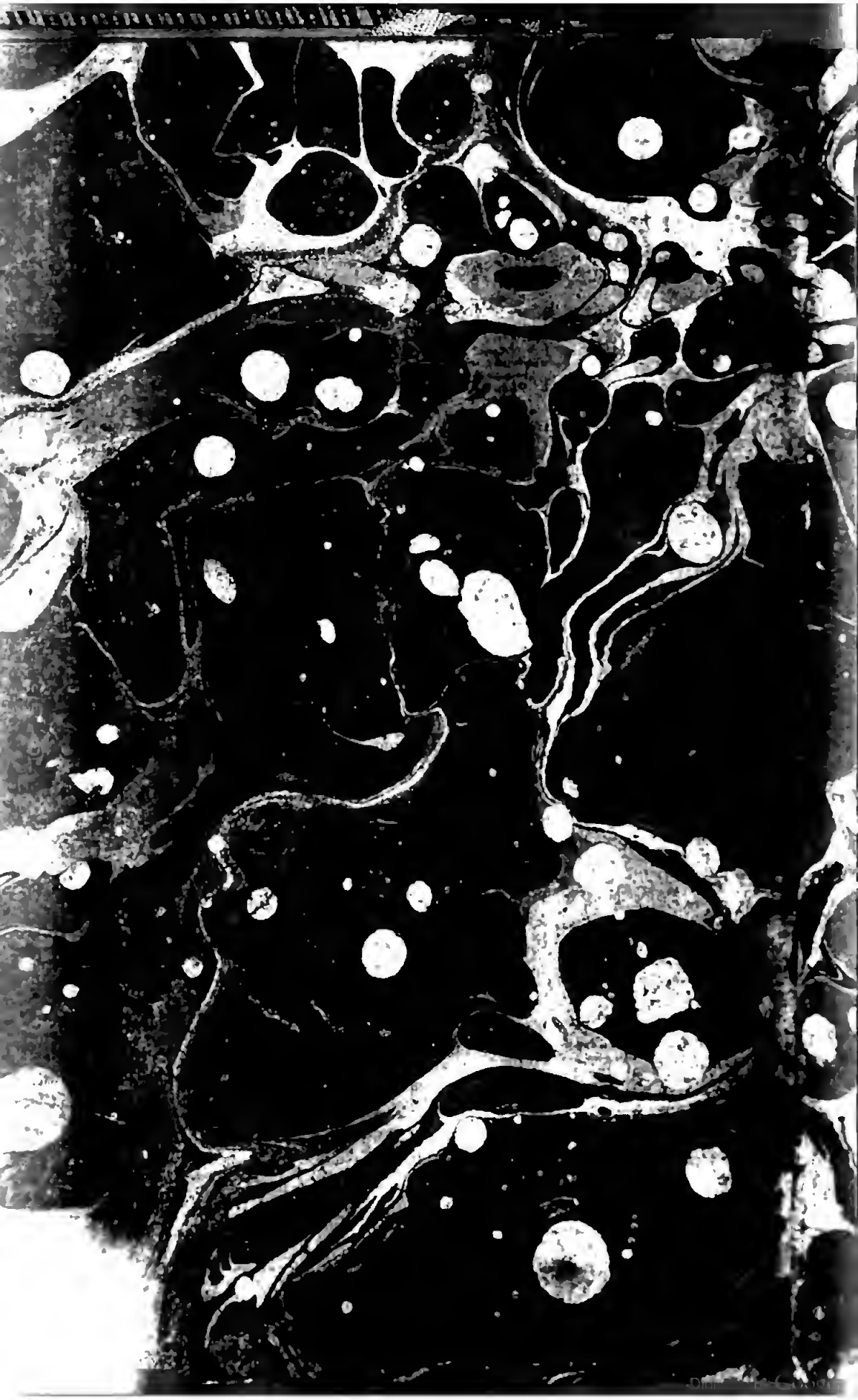
Par la régle conjointe on aura $x = \frac{69073312}{5409312\frac{1}{2}} = \frac{138146624}{10818625}$, ce qui se réduit à $x = 12^{\text{tt}}\ 15^{\text{ß}}\ 4^{\text{d}}$ & environ $\frac{1}{5}$ denier monnoie courante de Genève, dont chaque livre courante vaut $1^{\text{tt}}\ 13^{\text{ß}}\ 4^{\text{d}}$ argent de France.

Comme il ne s'agit point ici d'un traité de commerce, ces exemples suffisent pour mettre le lecteur en état de faire toutes sortes de spéculations utiles, selon les circonstances & les connoissances relatives aux questions proposées.

Fin du Traité d'Arithmétique.

TABLE.

TROISIÈME PARTIE.

Rapports & proportions, page 2
Règle de Trois, 16
de Compagnie, 52
de Fauſſes poſitions, 65
d'Alliage, 79
d'Intérêt, 105
d'Eſcompte, 115
de Troc, 129
Conjointe, 133
Change & Banque, 138
Rapport des Meſures de longueur, 176
des Poids, 189
des Meſures de grains, 193

Fin de la Table.